

1º Semestre 2003/2004  
Instituto Superior Técnico



## Experiência de Millikan

**Licenciatura em Engenharia Física Tecnológica**

Ricardo Figueira nº53755  
André Cunha nº53757  
Tiago Marques nº53775  
Segunda-feira / Grupos

LFX4  
Professor Bernardo Brotas de Carvalho

Lisboa, 17 de Novembro de 2003

# Introdução

## Objectivos:

- Nesta experiência vamos tentar demonstrar inequivocamente que a carga eléctrica não surge aleatoriamente de um espectro contínuo de carga mas sim sempre com valores quantificados múltiplos de um valor elementar de carga igual a  $1,6 \times 10^{-19} C$ .

Vamos utilizar o mesmo método que Millikan utilizou em 1916 (e que provavelmente contribuiu para a atribuição do prémio Nobel a este em 1923) para determinar com exactidão relativa o valor da carga do electrão.

## - Determinação da carga do electrão através da “experiência da gota de óleo”

O processo experimental irá ser abordado através duma estratégia que consiste em duas etapas principais:

Na primeira fase iremos submeter a gota a um sistema complexo de forças em que o peso, as forças de atrito e a impulsão (sempre presente em sistemas fluídos) são fundamentais e podem ser facilmente relacionados e assim e ser usados para escrever a seguinte equação do movimento da gota:

$$ma = (m - m_f)g - k\eta v, \text{ onde}$$

$m$  = massa da gota de óleo (extrapola-se a forma da gota, considerando-se esta como uma esfera perfeita de raio  $r$ ) calculada através de:

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho, \text{ onde}$$

$r$  = raio da gota “esférica”

$\rho$  = massa específica da gota

$m_f$  = massa de fluído deslocado pela gota (extrapola-se a forma da gota, considerando-se esta como uma esfera perfeita de raio  $r$ ) calculada através de:

$$m_f = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f, \text{ onde}$$

$r$  = raio da gota “esférica”

$\rho_f$  = massa específica do fluído

$k$  = coeficiente relacionado com a forma da gota, que por se considerar esférica se calcula através de:

$$k = 6\pi r, \text{ onde}$$

$r$  = raio da gota “esférica”

$a$  = aceleração que a gota de óleo adquire

$g$  = aceleração gravítica

$\eta$  = coeficiente de viscosidade do fluído

$v$  = velocidade da gota

Sendo a massa do corpo e a aceleração gravítica constantes, à medida que a gota sofre um acréscimo na sua aceleração, a velocidade desta obviamente aumenta e esta por sua vez irá causar uma intensificação das forças de atrito. Logo, como se pode ver na equação do movimento da gota, quando esta atingir uma determinada velocidade, a soma do módulo das forças de atrito e impulsão irá igualar o módulo do peso o que irá resultar numa força resultante nula e portanto  $a = 0$  e por isso a partir deste ponto a gota irá deslocar-se uniformemente com o valor de velocidade até aí atingido. A este valor iremos chamar velocidade limite ( $v_L$ ) e pode ser calculado através da seguinte relação (obtida através da anterior quando  $a = 0$ ):

$$v_L = \frac{(m - m_f)g}{k\eta} = \frac{2r^2(\rho - \rho_f)g}{9\eta}$$

Como o tempo que a gota leva atingir a velocidade limite é da ordem dos microsegundos, podemos assumir que a velocidade desta é constante e é igual à velocidade limite durante todo o procedimento experimental, esta situação é verificada pela seguinte equação (obtida matematicamente através da primeira equação):

$$t = \frac{m}{k\eta}, \text{ onde}$$

$t$  = tempo que a gota leva atingir a velocidade limite

Por fim, na etapa final da experiência, irá imobilizar-se a gota no ar por intermédio da aplicação de um campo electromagnético predominantemente eléctrico de direcção vertical, capaz de gerar uma força eléctrica ascendente de módulo igual ao peso da gota provocando assim, devido a possuírem sentidos antagónicos, uma resultante nula ( $a = 0$  e  $v = 0$ ). Desta forma obtém-se a seguinte relação através do seguinte processo:

$$ma = (m - m_f)g - q \frac{\Delta V}{d} - k\eta v, \text{ onde}$$

$\Delta V$  = diferença de potencial das placas do condensador

$d$  = distância entre as placas do condensador

$q$  = cargas com valor igual a um múltiplo da carga do electrão

$$ma = 0 \Leftrightarrow (m - m_f)g = q \frac{\Delta V}{d}$$

então

$$q = \frac{6\pi r \eta d v_L}{\Delta V}$$

Desta forma, através de vários valores obtidos para  $q$  podemos determinar o múltiplo para o qual os diferentes valores de  $q$  vão ter significado, determinando assim o valor da carga elementar.

## Correcções

Tal como Milikan, utilizou-se a constante de viscosidade efectiva que é calculada por

$$\eta_{efectiva} = \eta / (1 + b / (P.R)), \text{ onde}$$

$b=0,000617$

P:pressão do ar (em cm de mercúrio)

R:raio da gota (em cm)

Tem-se então

$$q_{corrigido} = q \cdot (\eta_{efectiva} / \eta)^{3/2}$$

# Esquema de Ligações

## Resultados Experimentais

**Tabela 1** : Determinação do valor da Tensão de paragem (U) para cada uma das gotas de óleo.

Gota	Ensaio	U (V)	Umédio (V)	$\Delta U$ (V)	$\Delta U$ (V)
1	1	150,4	145,0	5,4	5,4
	2	149,2		4,2	
	3	140,3		4,7	
	4	140,2		4,8	
2	1	397,2	398,7	1,5	1,5
	2	400,1		1,4	
	3	398,5		0,2	
	4	399,0		0,3	
3	1	138,7	139,0	0,3	0,4
	2	139,4		0,4	
	3	139,1		0,1	
	4	138,8		0,2	
4	1	251,0	253,0	2,0	2,5
	2	255,5		2,5	
	3	252,3		0,7	
	4	253,1		0,1	
5	1	300,0	299,3	0,7	0,7
	2	299,0		0,3	
	3	298,9		0,4	
	4	299,4		0,1	
6	1	54,6	54,5	0,1	0,4
	2	54,4		0,1	
	3	54,1		0,4	
	4	54,7		0,3	
7	1	97,6	96,0	1,6	1,6
	2	95,6		0,4	
	3	94,8		1,2	
	4	95,8		0,2	
8	1	170,1	170,9	0,8	3,6
	2	167,3		3,6	
	3	174,2		3,3	
	4	172,1		1,2	
9	1	134,3	139,9	5,6	5,6
	2	145,4		5,5	
	3	142,3		2,4	
	4	137,4		2,5	

Cálculo de erros:

$$\Delta U = |U_i - U_{\text{médio}}|_{\text{max}}$$

**Tabela 2** : Determinação do Tempo (t) que cada gota demora a atravessar parte do reticulado.

Gota	Ensaio	tempo (s)	T <sub>médio</sub> (s)	Δt (s)	Δt (s)
1	1	3,63	3,87	0,24	0,24
	2	3,94		0,07	
	3	4,05		0,18	
	4	3,85		0,02	
2	1	3,06	3,13	0,06	0,06
	2	3,19		0,06	
	3	3,12		0,00	
	4	3,13		0,00	
3	1	4,41	4,33	0,08	0,12
	2	4,21		0,12	
	3	4,32		0,01	
	4	4,39		0,06	
4	1	2,71	2,66	0,05	0,10
	2	2,56		0,10	
	3	2,64		0,02	
	4	2,72		0,06	
5	1	2,10	2,19	0,09	0,09
	2	2,24		0,05	
	3	2,18		0,01	
	4	2,25		0,06	
6	1	4,57	4,21	0,36	0,36
	2	3,93		0,28	
	3	4,13		0,08	
	4	4,22		0,01	
7	1	2,60	2,89	0,29	0,29
	2	3,10		0,21	
	3	3,05		0,16	
	4	2,82		0,07	
8	1	2,81	3,17	0,36	0,36
	2	3,50		0,33	
	3	3,15		0,02	
	4	3,23		0,06	
9	1	5,12	5,37	0,25	0,25
	2	5,50		0,14	
	3	5,59		0,23	
	4	5,25		0,12	

Cálculo de erros:

$$\Delta t = \left| t_i - t_{médio} \right|_{\max}$$

## Medidas deduzidas

**Tabela 3 :** Determinação da velocidade limite e do raio de cada gota de óleo.

Gota	Ensaio	A (m)	ΔA (m)	N	t <sub>médio</sub> (s)	Δt (s)	v <sub>L</sub> média (m/s)	Δ v <sub>L</sub> (m/s)	r (m)	Δ r (m)
1	1	2,5E-04	1,3E-05	5	3,87	0,24	3,23E-04	3,7E-05	1,67E-06	9,5E-08
	2									
	3									
	4									
2	1	2,5E-04	1,3E-05	5	3,13	0,06	4,00E-04	2,9E-05	1,86E-06	6,8E-08
	2									
	3									
	4									
3	1	2,5E-04	1,3E-05	5	4,33	0,12	2,89E-04	2,3E-05	1,58E-06	6,3E-08
	2									
	3									
	4									
4	1	2,5E-04	1,3E-05	5	2,66	0,10	4,70E-04	4,2E-05	2,02E-06	8,9E-08
	2									
	3									
	4									
5	1	2,5E-04	1,3E-05	5	2,19	0,09	5,70E-04	5,4E-05	2,22E-06	1,0E-07
	2									
	3									
	4									
6	1	2,5E-04	1,3E-05	5	4,21	0,36	2,97E-04	4,1E-05	1,60E-06	1,1E-07
	2									
	3									
	4									
7	1	2,5E-04	1,3E-05	5	2,89	0,29	4,32E-04	6,6E-05	1,93E-06	1,5E-07
	2									
	3									
	4									
8	1	2,5E-04	1,3E-05	5	3,17	0,36	3,94E-04	6,6E-05	1,84E-06	1,5E-07
	2									
	3									
	4									
9	1	2,5E-04	1,3E-05	5	5,37	0,25	2,33E-04	2,3E-05	1,42E-06	6,9E-08
	2									
	3									
	4									

Cálculo de erros:

$$\Delta V_L = \left| \frac{\delta V_L}{\delta A} \right| \Delta A + \left| \frac{\delta V_L}{\delta t} \right| \Delta t = \frac{N}{t} \Delta A + \frac{NA}{t^2} \Delta t$$

$$\Delta R = \left| \frac{\delta R}{\delta V_L} \right| \Delta V_L = \frac{9\eta}{\sqrt{2(\rho - \rho_w)g}} \Delta V_L$$

**Tabela 3 : Determinação da velocidade limite e do raio de cada gota de óleo.**

Gota	Ensaio	q(C)	Δq (C)	η efectivo (kg/ms)	Δη efectivo (kg/ms)	q corrigido (C)	Δq corrigido (C)	(q corrigido (C) + erro)/ e	(q corrigido (C) - erro)/ e	Desvio com correcção (%)
1	1	6,42E-18	1,3E-18	1,7452E-05	1,46878E-07	5,98E-18	1,3E-18	45	29	22%
	2									
	3									
	4									
2	1	3,22E-18	3,6E-19	1,75341E-05	1,00975E-07	3,02E-18	3,7E-19	21	16	12%
	2									
	3									
	4									
3	1	5,65E-18	7,0E-19	1,74049E-05	1,00104E-07	5,24E-18	6,9E-19	37	28	13%
	2									
	3									
	4									
4	1	6,46E-18	9,2E-19	1,75914E-05	1,29297E-07	6,09E-18	9,4E-19	44	32	15%
	2									
	3									
	4									
5	1	7,29E-18	1,0E-18	1,76541E-05	1,45286E-07	6,91E-18	1,1E-18	49	36	16%
	2									
	3									
	4									
6	1	1,50E-17	3,2E-18	1,74167E-05	1,7E-07	1,40E-17	3,2E-18	107	67	23%
	2									
	3									
	4									
7	1	1,50E-17	3,7E-18	1,7562E-05	2,2E-07	1,41E-17	3,8E-18	111	64	27%
	2									
	3									
	4									
8	1	7,33E-18	2,0E-18	1,75286E-05	2,3E-07	6,88E-18	2,0E-18	55	30	29%
	2									
	3									
	4									
9	1	4,08E-18	7,6E-19	1,73094E-05	1,1E-07	3,75E-18	7,4E-19	28	18	20%
	2									
	3									
	4									

Cálculo de erros:

$$\Delta q = \left| \frac{\delta q}{\delta V_L} \right| \Delta V_L + \left| \frac{\delta q}{\delta U} \right| \Delta U = \frac{27\pi d \sqrt{\eta^3 V_L}}{U \sqrt{2(\rho - \rho_{ar})g}} \Delta V_L + \frac{18\pi d \sqrt{\eta^3 V_L^3}}{U^2 \sqrt{2(\rho - \rho_{ar})g}} \Delta U$$

$$\Delta \eta_{efectivo} = \left| \frac{\delta \eta}{\delta R} \right| \Delta R = \frac{\eta b}{\left(1 + \frac{b}{PR}\right)^2 PR^2} \Delta R$$

$$\Delta q_{corrigido} = \left| \frac{\delta q_{corrigido}}{\delta \eta_{efectivo}} \right| \Delta \eta_{efectivo} + \left| \frac{\delta q_{corrigido}}{\delta q} \right| \Delta q = \frac{3}{2} \frac{q \eta^{\frac{1}{2}}}{\eta^{\frac{3}{2}}} \Delta \eta_{efectivo} + \frac{q_{corrigido}}{q} \Delta q$$

### **Legenda:**

U - tensão de paragem;

t - tempo do percurso no reticulado;

A - comprimento de cada unidade do reticulado;

N - número de unidades do reticulado correspondentes ao percurso cronometrado da gota;

$V_L$  - velocidade limite;

r - raio da gota;

q - carga eléctrica da gota;

### **Constantes utilizadas:**

$\mu = 1,83 \times 10^{-5}$  Kg/(ms) - viscosidade do ar;

$\rho = 973$  Kg/m<sup>3</sup> - massa volúmica do óleo;

$\rho_{ar} = 1$  Kg/m<sup>3</sup> - massa volúmica do ar;

g = 9,81 m/s<sup>2</sup> - aceleração da gravidade;

d =  $5 \times 10^{-3}$  m - distância entre as placas do condensador;

## Conclusões

A experiência visava a demonstração prática de que a carga é quantificável, isto é, de que na Natureza todos os objectos assumem valores de carga eléctrica múltiplos da carga elementar.

No entanto, tomando em conta o aparato experimental utilizado, esta demonstração torna-se complicada de obter dentro do tempo disponibilizado para levar a cabo o procedimento, já que é flagrante a dificuldade em manter uma gota visível durante tempo suficiente para que fossem executadas pelo menos 4 medições viáveis.

Existem muitas fontes de erro, sendo a que maior importância assume o tempo de reacção do experimentador quando cronometra o período de deslocação das gotas. Além disso, a própria colocação do aparelho não era a ideal dado que foi sempre observável a tendência das gotas ao subirem deslocarem-se para a esquerda. Esta deslocação horizontal fica a dever-se ao incorrecto nivelamento do aparelho utilizado que nos foi impossível corrigir por falta de tempo. Ainda é de levar em conta os erros cometidos ao observar a escala, bem como, os erros da própria escala. As condições físicas (temperatura, humidade, pressão, etc...) no local podem diferir das reais dado que as mesmas não foram medidas directamente, mas sim consultadas.

Deste modo, para cada gota foi calculado o valor da carga e o múltiplo inteiro da carga elementar que é considerada unitária. Como a margem de erro é grande o suficiente para abranger outros resultados possíveis, donde se pode concluir a considerável imprecisão dos resultados obtidos, para cada gota tem-se um intervalo de números inteiros que representa o número de cargas elementares no objecto.

