INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

Física Experimental II

T.L. Nº4

Experiência de Cavendish

Cálculo da Constante de Gravitação Universal

Lisboa, 29 de Abril de 2004, 5ª Feira

GRUPO Nº1

André Cunha	Nº 53757
Tiago marques	Nº 53775
Ricardo Figueira	Nº 53755

LEFT

Cálculo de I_{zz}:

Previamente ao procedimento experimental, começou-se por determinar analiticamente o momento de inércia da pequena barra de alumínio à qual estão ligadas as esferas de massa menor através da expressão:

$$I_{zz} = 2m \cdot d^2 + \frac{4}{5} m \cdot R_e{}^2 + \frac{2}{3} \rho_{Al} \cdot R_v{}^2 \cdot a^3 ,$$

onde para as esferas de massa menor, se tem a sua massa *m,* o raio R_e , a sua distância *d* ao eixo de rotação e *a*, a distância entre a superfície das mesmas ao mesmo eixo, e em relação à barra que une as esferas mais pequenas tem-se a densidade do alumínio ρ_{Al} , e o raio R_b desta.

Desta forma o valor calculado do momento de inércia I_{zz} foi de 7.625×10^{-5} Kg.m^2 .

1. Determinação experimental da constante de torção do fio

Depois de calcular o momento de inércia da barra anteriormente referida, iniciou-se o procedimento experimental começando por induzir um regime de oscilação livre através de um pequeno magneto. Após a excitação do sistema com o magneto, procedeu-se à medição de onze extremos e do tempo total, que corresponde a 5 períodos de oscilação.

Através da relação:

$$T = \frac{T_T}{5} \text{ (com um erro de } eT = \frac{eT_T}{5}\text{)},$$

em que T é o período singular e T_T a soma dos cinco períodos medida (considerou-se um erro do tempo total de 6 segundos).

O período singular T calculado foi de 606.2 segundos com um erro de 1.2 segundos. Conhecendo o período calculou-se a frequência ω de oscilação dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{(com um erro de } e\omega = \frac{2\pi}{T^2} \cdot eT\text{)}.$$

O resultado obtido para esta grandeza foi de 1.036×10^{-2} rad.s^{-1} com um erro de 2.052×10^{-5} rad. s^{-1} .

Assim, com os dados reunidos procedeu-se à elaboração de um gráfico (1) amplitude (em centímetros) em função do tempo (em segundos) definido por:

$$y(t) = B + A \cdot e^{-\lambda \cdot t} \cos(\omega \cdot t),$$

Desta forma, fixando o valor do período que é conhecido com relativa precisão, estimou-se o valor de λ e depois, por ajuste, determinou-se o mesmo juntamente com o erro respectivo.

O valor obtido de λ foi de 0.00093 s^{-1} com um erro de 0.00001 s^{-1}.

A partir do mesmo gráfico foi possível determinar a posição de equilíbrio do sistema em regime de oscilação livre. O valor calculado foi de 49.24 centímetros com um erro de 0.093 centímetros.

Calculou-se então, através da frequência de oscilação ω e de λ pela equação:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \lambda^2} \text{ (com um erro de } e\omega_0 = \frac{2\omega}{2\sqrt{\omega^2 + \lambda^2}} \cdot e\omega + \frac{2\lambda}{2\sqrt{\omega^2 + \lambda^2}} \cdot e\lambda\text{),}$$

o valor de ω_0 obtido foi de1.041x10^{-2} rad. s^{-1} com um erro de 2.171x10^{-5} rad. s^{-1} .

Por fim, através da seguinte relação:

$$C = {\omega_0}^2 \cdot I_{zz} \text{ (com um erro de } eC = 2\omega_0 \cdot I_{zz} \cdot e\omega_0\text{),}$$

determinou-se a constante de torção C. O valor obtido para esta grandeza foi de 8.263x10^{-9} Kg.m^2.s^{-2} com um erro igual a 3.447x10^{-11} Kg.m^2.s^{-2}.

2. Determinação experimental da constante gravitacional

Inicialmente, antes de se realizar o procedimento anterior, mediu-se na escala graduada a posição de equilíbrio quando estavam presentes as esferas de massa maior e a distância entre o aparato experimental e o alvo. Os valores medidos foram, respectivamente, 57.6 centímetros e 496 centímetros. Com estes valores e com a posição de equílibrio em regime oscilatório livre calculou-se o ângulo α entre as duas posições através da seguinte expressão:

$$\alpha = \left| \frac{1}{2} arctg \cdot \frac{J_{0_2} - J_{0_1}}{L} \right|,$$

onde J_{on} as posições de equílibrio e L a distância entre o alvo e o aparato experimental.

Obteve-se um valor igual a 8.4267×10^{-3} radianos.

Calculou-se $\sin\gamma$ bem como o valor de l, através das seguintes expressões:

$$\sin\gamma = \frac{\left(S_0 - d \cdot tg\alpha\right) \cdot \cos\alpha}{l},$$

$$l = \sqrt{\left(d - d \cdot \cos\alpha\right)^2 + \left(S_0 - d \cdot \sin\alpha\right)^2}\,.$$

por forma a poder substituir na expressão final do cálculo da constante de Gravitação Universal:

$$G = \alpha \cdot C \cdot \frac{l^2}{2d \cdot m \cdot m' \cdot \sin\alpha},$$

obtendo-se o valor $6{,}571 \times 10^{-11} N.m^2.Kg^{-2}$

Seguidamente, voltou-se a calcular o valor de α, partindo das posições de equilíbrio do aparato com as esferas em posições opostas. Para tal, introduzimos as esferas no sistema e deixámos oscilar até que as amplitudes das elongações máximas fossem bastante reduzidas. Verificámos então que o *laser* oscilava entre os 41,15 e 41,25 centímetros na escala. Escolheu-se o valor mais baixo, por ser aquele que mais se distanciava da posição de equilíbrio original, por forma a maximizar a diferença. Consequentemente, seguiu-se exactamente o procedimento anterior para a determinação de G, com a única diferença que, desta vez, o novo α é dado por:

$$\alpha = \left| \frac{1}{2} arctg \cdot \frac{J_{0_2} - J_{0_1}}{2L} \right|$$

Assim, a partir deste α = $8{,}290 \times 10^{-3}$, o novo valor de G é $6{,}467 \times 10^{-11} N.m^2.Kg^{-2}$

Conclusões:

Na primeira parte da experiência de Cavendish, procedeu-se à determinação experimental da constante de torção do fio do sistema. Ao calcular esta constante, verificou-se que a fonte maioritária do erro remete-se à medição do período de oscilação do sistema em regime livre. Visto que para a calcular se utiliza o valor de ω_0 que é obtido a partir de ω e de λ, e como se pode ver através da expressão que relaciona estas duas grandezas, a contribuição de λ para o erro é desprezável.
Uma vez que a maior contribuição para o erro advém da medição do período de oscilação, foi medido o intervalo de tempo relativo a cinco períodos de forma a minimizar o erro. Assim, o valor da constante de torção do fio foi calculada com um desvio à precisão de 0,42%.

Na segunda parte, mediu-se a posição de equilíbrio do sistema com as esferas de maior massa colocadas nas duas posições possíveis. O erro na medição destas posições de equilíbrio deve ser estimado, no primeiro caso, em 1 milímetro, dado que a oscilação era nula e só se leva em conta o erro da escala. No segundo caso, a determinação do ponto de equilíbrio é feita durante a oscilação do sistema, apesar de diminuta, pelo que o erro estimado é de 2 milímetros. Os valores obtidos para G foram respectivamente $6{,}571\text{x}10^{-11}\text{N.m}^2.\text{Kg}^{-2}$ e $6{,}467\ \text{x}10^{-11}\text{N.m}^2.\text{Kg}^{-2}$. Uma vez que o valor teórico é de 6,67 $\text{x}10^{-11}\text{N.m}^2.\text{Kg}^{-2}$ estes valores apresentam desvio à exactidão de 1,48% e 2,03%, respectivamente. O segundo método apresenta um desvio maior, o que se deve ao facto de existir uma maior incerteza na determinação de uma das posições de equilíbrio, dado que a outra é comum a ambos. Em teoria, o segundo método deveria ser mais preciso, dado que a distância entre as posições de equilíbrio é maior.

Ainda há que referir outras possíveis fontes de erro, para além das imprecisões cometidas nas medições dos períodos e das distâncias, isto é, a impossibilidade de garantir o perfeito alinhamento do aparato, bem como, o facto de existirem pequenas perturbações aos quais este sistema é particularmente susceptível, como as vibrações e a presença de corpos maciços em redor.

A aproximação feita do cateto do ângulo α à hipotenusa é perfeitamente aceitável dado que a diferença entre os dois comprimentos ronda os 0,3 %.