

Relatório de Física Experimental III
2004/2005

Engenharia Física Tecnológica

CORPO NEGRO

Trabalho realizado por:
Ricardo Figueira, nº53755;
André Cunha, nº53757
Tiago Marques, nº53775

Grupo 1; 3ªfeira 16-20h

Lisboa, 5 de Abril de 2005

O trabalho descrito neste relatório destina-se a estudar o comportamento emissivo do chamado **corpo negro**. Este conceito foi introduzido por Kirchoff no século XIX e é uma estrutura teórica, um sistema ideal que absorve toda a radiação que nele incide, sendo por isso ideal para o estudo da, classicamente chamada, **radiação térmica**.

Apesar de de um ponto de vista prático, não existirem **corpos negros** propriamente ditos, (existem apenas situações intermédias, corpos parcialmente “absorventes”, os chamados corpos cinzentos), existem alguns aparatos que concedem uma aproximação feliz a este conceito. Um dos modelos mais simples que existe foi usado por Wien nos seus trabalhos experimentais que consiste numa cavidade com um pequeno orifício. Este aparato é baseado na baixa probabilidade da radiação que entra na cavidade pelo orifício voltar a sair pelo mesmo, pelo que se considera absorvida, e como tal toda a radiação proveniente da cavidade pelo orifício será a **radiação do corpo negro** (classicamente **radiação térmica**) que se pretende estudar. Com este **corpo negro**, Wien descobriu que a densidade energética por unidade de frequência num **corpo negro** era traduzida por:

$$U_\nu = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right).$$

Apesar da obtenção desta equação, a relação f era desconhecida perante os conhecimentos de então.

Contudo a partir da equação anterior foi possível deduzir e verificar experimentalmente que a emissividade do corpo negro era proporcional a T^4 . Esta conclusão constitui a **Lei de Stefan**, dada por:

$$I = \sigma \cdot T^4, \text{ sendo } \sigma, \text{ a constante de Stefan Boltzmann.}$$

Descobriu-se também que aumentando a temperatura, o comprimento de onda, para o qual o I era máximo diminuía. Isto constitui a **Lei do Deslocamento de Wien**:

$$\lambda_{m\acute{a}x} \cdot T = C, \text{ sendo } C \text{ constante.}$$

Para descobrir a relação f abordada anteriormente, assumiu-se a existência de partículas carregadas com aceleração nos átomos próximos da superfície da cavidade, que possuindo comportamento oscilatório, seriam análogas a pequenas antenas “emissoras” e “receptoras” da **radiação térmica**.

Assim temos que:

$$U_\nu = \frac{8\pi \cdot \nu^2}{c^3} \cdot \bar{\epsilon}, \text{ sendo } \bar{\epsilon} \text{ a energia média de um oscilador.}$$

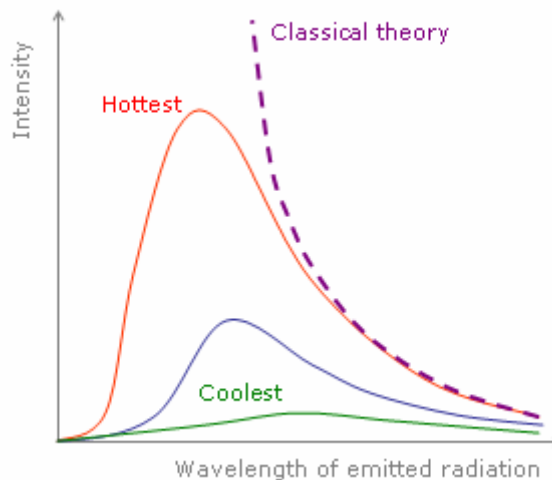
Para calcular $\bar{\epsilon}$ utilizou-se a distribuição de Boltzmann chegando-se a:

$$\bar{\epsilon} = K_B \cdot T, \text{ sendo } K_B \text{ a constante de Boltzmann.}$$

Este modelo de índole clássica previa assim uma distribuição estatística das acelerações das partículas, estando assim em consonância com o espectro de radiação emitido pelo **corpo negro**. Combinando estas duas relações obteve-se por fim, a **Lei de Raleigh-Jeans** como culminar dos esforços clássicos para o estudo da **radiação térmica**:

$$U_\nu = \frac{8\pi \cdot \nu^2}{c^3} \cdot K_B \cdot T.$$

Apesar de ser válido para comprimentos de onda mais longos, quando $\lambda \rightarrow 0$ este modelo previa um aumento infinito, observando-se assim uma divergência na curva. Ora, a realidade contradiz esta previsão como se pode ver no seguinte gráfico comparativo:



Chamou-se a este problema, (embora de forma errónea dado que, aquando do baptismo, apenas se conhecia o espectro electromagnético até ao ultravioleta), **catástrofe ultravioleta**.

Para corrigir a “catástrofe”, Planck, um conservador físico de carreira, assumiu, baseado em valores experimentais, que os osciladores só podiam assumir um conjunto discreto de energias dadas por:

$$\varepsilon = h \cdot \nu, \text{ sendo } h \text{ a constante de Planck.}$$

Combinando o modelo clássico com esta nova teoria Planck obteve:

$$\varepsilon = \frac{h \cdot \nu}{e^{\beta \cdot h \cdot \nu} - 1}, \text{ sendo } \beta = \frac{1}{K_B \cdot T}, \text{ pelo que}$$

$$U_\nu = \frac{8\pi \cdot \nu^2}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\beta \cdot h \cdot \nu} - 1}.$$

Ora, visto que $\nu = \frac{c}{\lambda}$ obteve-se:

$$U_\lambda = \frac{8\pi \cdot h \cdot \nu}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\beta \cdot h \cdot \nu}{\lambda}} - 1} \text{ e } I_\lambda = \frac{c}{4} \cdot U_\lambda \cdot \frac{8\pi \cdot \nu \cdot h}{c} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\beta \cdot h \cdot \nu}{\lambda}} - 1}.$$

Baptizada com o nome do seu autor, estas relações constituem a **Lei da Radiação de Planck**.

A nova teoria proposta por Planck era consonante com os valores experimentais ficando reduzida à **Lei de Raleigh-Jeans** para grandes comprimentos de onda e ajustando-se perfeitamente à curva experimental para os comprimentos de onda mais curtos.

Para construir esta teoria, Planck assumiu posições controversas face à natureza dos osciladores na superfície do **corpo negro**:

- As moléculas (osciladores) tem apenas valores discretos de energia:

$$E_n = n \cdot h \cdot f, \text{ sendo } n \text{ o número quântico e } f \text{ a frequência natural de oscilação.}$$

- As moléculas (osciladores) emitem ou absorvem energia em “pacotes” discretos através de “saltos” entre níveis energéticos.

Esta visão inovadora estaria na génese da polémica teoria quântica, não considerada realista por muitos cientistas de renome, Planck inclusivé.

Neste trabalho destacam-se três objectivos em concreto:

- A obtenção do espectro de emissão de um simulacro do corpo negro para várias temperaturas abrangendo a gama de comprimentos de onda acessível ao equipamento e verificação experimental da **Lei da Radiação de Planck** e da **Lei do Deslocamento de Wien**.
- Estudo experimental da variação da intensidade da radiação emitida pelo **corpo negro** em função da sua temperatura absoluta para verificação da **Lei do Radiação de Wien**.
- Estudo da emissividade de alguns corpos, sendo a emissividade dada por:

$$e = \frac{I_{\text{corpo}}}{I_{\text{corponegro}}}, \text{ tendo } 0 \leq e \leq 1;$$

já que o **corpo negro** é por definição, aquele que absorve o máximo de radiação possível.

Ao invés da cavidade usada originalmente por Wien, iremos simular um **corpo negro** através de uma lâmpada de filamento em tungsténio visto que se conhece a resistividade desta substância em função da sua temperatura.

Na última parte iremos usar um cubo metálico aquecido internamente com quatro faces e um sensor de temperatura. É o chamado Cubo de Leslie.

O detector de radiação disponível é uma termopilha com resposta uniforme entre os 500 nm e os 25000 nm. A tensão que produz é proporcional à intensidade da radiação que nele incide.

Procedimento Experimental

Antes de se começarem a fazer as medições, foi necessário efectuar um prévio alinhamento do prisma no goniómetro. Para tal, procedeu-se à medição do ângulo para o qual a radiação proveniente do corpo negro incidia perpendicularmente num dos lados do prisma. Obteve-se o seguinte valor:

$$\theta_p = 5^\circ 5';$$

Em seguida, rodou-se o prisma no sentido anti-horário por forma a este dispersar ao máximo a radiação incidente nos vários comprimentos de onda. Obtida uma boa dispersão, fez-se a leitura do valor no goniómetro:

$$\theta_d = 324^\circ;$$

Para se obter o valor do ângulo de incidência da radiação no prisma faz-se o simples cálculo:

$$\theta = 360^\circ - (324^\circ - 5^\circ 5') = 41^\circ 5' \approx 0.71703 \text{ rad};$$

Seguidamente, ajustou-se a tensão da fonte para 12 V e registou-se com bastante precisão o ângulo (β) para o qual o detector (microvoltímetro) indicava maior voltagem e também o ângulo correspondente à região do verde do espectro visível. Fizeram-se 60 leituras da intensidade da radiação, três para cada intervalo angular, correspondentes aproximadamente a um décimo do abertura angular entre o máximo e o verde. Por uma questão de conveniência, a distância angular entre sucessivos intervalos foi de $30'$. Repetiu-se o procedimento para os valores de tensão 6V e 9V, escolhendo-se os mesmos intervalos angulares, uma vez que o valor do máximo era próximo.

Para se obter o ângulo de saída do prisma (δ), procedeu-se ao seguinte cálculo, onde a constante $1^\circ 44' 30''$ corresponde ao alinhamento directo dos braços do goniómetro:

$$\delta = 360^\circ - (\beta - 1^\circ 44' 30'');$$

Assim, na tabela 1 registaram-se os ângulos correspondentes às máximas intensidades detectadas para cada valor de tensão e, por sua vez, nas tabelas 2, 3 e 4, respectivamente, para os 12V, 9V e 6V, encontra-se o levantamento das intensidades de radiação para cada intervalo angular considerado.

Análise de Resultados

Determinou-se a temperatura de trabalho do filamento para cada valor de tensão por interpolação linear da tabela da resistividade do tungsténio, conforme tabela 5. Para o cálculo do erro da temperatura-se tomou-se a maior diferença ao valor tabelado. O erro da resistência é dado por:

$$\varepsilon_R = \left| \frac{1}{I} \right| \cdot \varepsilon_V + \left| \frac{V}{I^2} \right| \cdot \varepsilon_I.$$

Seguidamente, calculou-se o índice de refração correspondentes aos vários ângulos, recorrendo à seguinte fórmula:

$$n = \sqrt{\sin^2(\theta) + \frac{(\sin^2(\delta - \theta + \alpha) + \cos(\alpha) \sin(\theta))^2}{\sin^2(\alpha)}};$$

e o seu erro,

$$\varepsilon_n = \left| \frac{\cos(\delta - \theta + \alpha) \csc^2(\alpha) \sin(\delta - \theta + \alpha) + \cos(\alpha) \sin(\theta)}{\sqrt{\sin^2(\theta) + \csc^2(\alpha) (\sin(\delta - \theta + \alpha) + \cos(\alpha) \sin(\theta))^2}} \right| \varepsilon_\delta + \left| \frac{2 \csc^2(\alpha) \sin(\alpha + \frac{\delta}{2}) \sin(\frac{\delta}{2}) \sin(\delta - 2\theta + \alpha)}{\sqrt{\sin^2(\theta) + \csc^2(\alpha) (\sin(\delta - \theta + \alpha) + \cos(\alpha) \sin(\theta))^2}} \right| \varepsilon_\theta;$$

onde α representa o ângulo interno do prisma equilátero e, portanto, igual a 60° . Como este último valor é dado, despreza-se para o cálculo da propagação de erros.

Preencheu-se, assim, a tabela 6, obtendo-se os índices de refração para cada ângulo δ . Recorrendo novamente à interpolação linear, calculou-se a partir da tabela da “Variação Espectral do Índice de Refração do Vidro do Prisma” o comprimento de onda para os valores obtidos anteriormente, preenchendo a tabela 7. O cálculo do erro é semelhante ao efectuado para o erro da temperatura do filamento.

Da tabela 8 foi possível gerar as curvas experimentais referentes às medições efectuadas, conforme se pode observar nos gráficos 1, 2 e 3. Não se utilizaram os últimos 4 valores de comprimentos de onda, uma vez que o seu erro é enorme. Este erro excessivo deve-se ao facto de, quando se fez a interpolação linear, não se encontrarem na tabela, valores do índice de refração que enquadrassem o pretendido. Desta forma fez-se uma extrapolação, o que aumentou bastante o erro do valor.

Através da expressão:

$$I_{\lambda} \Delta_{\lambda} = \frac{2\pi^5 h c^2}{15 \lambda^5} (e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1)^{-1} \Delta_{\lambda};$$

traçaram-se as curvas teóricas (gráficos 4, 5 e 6) para as três temperaturas de trabalho. Calculou-se o factor de escala entre os gráficos teóricos e experimentais, dividindo os máximos destes. Obtiveram-se as seguintes relações:

T (K)	Máx[experimental] / Máx[teórico] (10^{-17})
2086,46	3,067
2459,11	3,437
2750,33	3,630

Para comprovar a Lei de Deslocamento de Wien, calculou-se o comprimento de onda para os máximos de intensidade, usando o mesmo procedimento e preencheu-se a tabela 9 de forma a gerar o gráfico 7.

$$\varepsilon_{\frac{1}{T}} = \left| \frac{1}{T^2} \right| \cdot \varepsilon_T.$$

Procedimento Experimental

Utilizando um detector diferente do usado na actividade anterior, mediu-se a intensidade da radiação da lâmpada de tungsténio a uma distância fixa, fazendo variar a tensão de alimentação (5 V, 6 V, 7 V, 8 V, 9 V, 10 V, 11 V, 12 V). Assim, recolheram-se os valores expressos na tabela 10.

Análise dos Resultados

Calcularam-se as temperaturas do filamento, mediante os dados evidenciados na tabela 11 (recorrendo novamente à interpolação linear), e determinaram-se os logarítmos de base 10 da temperatura e da radiação emitida (tabela 12), por forma a traçar o gráfico 8, usando-se as seguintes fórmulas para os erros:

$$\varepsilon_{\text{Log}(T)} = \frac{1}{T} \varepsilon_T ;$$

$$\varepsilon_{\text{Log}(Iradiação)} = \frac{1}{Iradiação} \varepsilon_{Iradiação} .$$

Procedimento Experimental

Recorrendo ao cubo de Leslie disponibilizado, procedeu-se ao aquecimento do mesmo fornecendo inicialmente a tensão máxima. À medida que a atmosfera do cubo foi aquecendo, reduziu-se a tensão para $\frac{3}{4}$ da máxima e aguardou-se até a temperatura estabilizar. Posto isto, procedeu-se rapidamente à medição da intensidade de radiação em cada uma das faces do cubo, para garantir a maior estabilidade possível da temperatura do mesmo. Fizeram-se as medições para duas temperaturas. Por fim, elevou-se novamente a tensão ao máximo e aguardou-se nova estabilização da temperatura. Quando a mesma foi atingida, efectuaram-se novas medições e preencheu-se a tabela 13. Novamente mediram-se para duas temperaturas.

Discussão de Resultados

A primeira actividade do trabalho tinha como objectivo verificar experimentalmente a Lei da Radiação de Planck e a Lei do Deslocamento de Wien.

Para a primeira lei, mediu-se no detector uma tensão que é proporcional à Intensidade Radiada. Os gráficos experimentais, assemelham-se bastante aos teóricos (gerados no *Mathematica* a partir da Lei da Radiação de Planck). O factor de escala entre os gráficos foi calculado dividindo o máximo teórico (*Mathematica*) e o máximo medido experimentalmente e obtiveram-se valores na ordem de 10^{-17} sendo os das diferentes temperaturas bastante próximos (desvio máximo de 15,51% entre eles). Esta discrepância deve-se ao facto de o valor angular considerado não corresponder exactamente ao máximo de intensidade radiada.

Posteriormente obtiveram-se com maior precisão os comprimentos de onda para os quais a intensidade era máxima, observando-se valores muito próximos dos teóricos (desvio à exactidão máximo de 4,6%).

T (K)	$\lambda_{\text{máx}}(\text{experimental})$ (nm)	$\lambda_{\text{máx}}(\text{teórico})$ (nm)	$\delta_{\lambda, \text{máx}}$ (%)
2086,46	1367,65	1391,29	1,7
2459,11	1234,74	1180,45	4,6
2750,33	1091,11	1055,46	3,4

Ambos os valores teóricos e experimentais correspondem a comprimentos de onda na gama dos infra-vermelhos.

Com estes valores foi possível comprovar experimentalmente a lei de Wien, onde se obteve para a constante de deslocamento (declive do gráfico 7) o valor de $0,00228 \pm 4,06254 \times 10^{-4}$ m.K. O valor teórico ($0,00289775$ m.K) foi calculado previamente (apêndice I), verificando-se, assim, um desvio à exactidão de 21,3%. A dimensão deste erro fica-se a dever sobretudo ao facto de só dispormos de três valores quando fazemos o ajuste e de os erros do inverso da temperatura serem muito altos devido à interpolação linear efectuada para calcular a temperatura. Nesse mesmo gráfico o valor da ordenada na origem foi muito baixo ($2,84636 \times 10^{-7}$) tal como se queria verificar (na lei do deslocamento de Wien quando $1/T \rightarrow 0$, $\lambda \rightarrow 0$).

Na segunda parte, para se verificar a Lei de Stefan, mediu-se a intensidade radiada da lâmpada para vários valores de tensão de alimentação (o que corresponde a vários valores de temperatura). Os resultados obtidos estão de acordo com a teoria sendo o declive da recta dos logaritmos (gráfico 8) $4,23077 \pm 0,00868$. Teoricamente, dever-se-ia obter 4 de forma a verificar a proporcionalidade da Intensidade de Radiação com a quarta potência da Temperatura. O desvio à exactidão de 5,77% fica-se a dever novamente ao erro do cálculo das temperaturas por interpolação linear e a possíveis erros de leitura e de medição dos aparelhos.

Para a terceira parte, procurou-se estudar a emissividade de diferentes corpos, neste caso as 4 paredes do cubo de Leslie. Como se pode observar na tabela 13, as faces que mais emitem são a preta e branca (lacada). Por terem uma emissividade superior serão também as que mais absorvem. Como o preto absorve bastante bem no espectro do visível e o branco reflecte quase toda a radiação nesta gama, conclui-se que a superfície branca deverá absorver muito nos infra-vermelhos, uma vez que o detector é sensível a radiações entre os 500 nm e os 25000 nm (visível e infra-vermelhos). A preta é a que tem uma maior emissividade, embora a diferença seja pequena, facto que pode ser verificado em todas as medições excepto nos 66°C em que a lacada é ligeiramente superior. A diferença não é muito elevada e fica-se a dever ao facto do valor lido no detector não estar estável e oscilar bastante. A face espelhada representa um corpo branco, uma vez que não emite muito pouco na gama detectável. A face cinzenta (zincada), absorve um pouco no visível (senão seria preta) e portanto também deverá emitir nos mesmos comprimentos de onda. A intensidade de radiação emitida é bastante inferior à das faces branca e preta mas maior que a espelhada.

Também se verificou para todas as faces um aumento da intensidade com o aumento da temperatura, como seria de esperar pela Lei de Stefan.

Este trabalho tinha como objectivo, verificar experimentalmente as várias leis que dizem respeito à radiação do corpo negro (Lei da radiação de Planck, Lei do deslocamento de Wien, Lei de Stefan) e observar diferentes emissividades para diferentes materiais.

Obtiveram-se resultados bastantes satisfatórios, de uma forma geral, embora seja notória a presença de erros, sobretudo em algumas partes.

As principais fontes de erro com as quais nos deparámos foram as seguintes:

- A lâmpada utilizada no goniómetro não é um corpo negro perfeito sendo apenas uma aproximação, embora boa, a este;
- Durante a experiência a sala estava imersa em ruído electromagnético o que afectou as medições no microvoltímetro (observaram-se oscilações em todas as medições realizadas);
- Erros de leitura, sobretudo nas medições angulares, uma vez que a sala se encontrava muito mal iluminada;
- Erros de escala e de aparelhos;
- Oscilações na temperatura do cubo de Leslie, na actividade III
- Erros inerentes as todas as interpolações lineares feitas.

Bibliografia

- Aulas teóricas e protocol do Professor Figueirinhas;
- Introdução à Física , Jorge Dias de Deus
- Physics for Scientists and Engineers, Serway
- www.wikipedia.org

Determinação teórica da Lei de Deslocamento de Wien

Usando o *Mathematica*:

$$f[x_] := 8 \pi / c^3 h / \left(e^{\frac{hx}{k}} - 1 \right)$$

$$\text{Solve}[5 f[x] + x f'[x] == 0, x]$$

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{k \left(5 + \text{ProductLog}\left[-\frac{5}{e^5}\right] \right)}{h} \right\} \right\}$$

$$k := 1.380658 * 10^{-23}$$

$$h := 6.6260755 * 10^{-34}$$

$$N\left[\frac{k \left(5 + \text{ProductLog}\left[-\frac{5}{e^5}\right] \right)}{h}\right]$$

$$1.03457 \times 10^{11}$$

$$x := 1.03457 * 10^{11}$$

$$c := 2.99792458 * 10^8$$

$$c / x$$

0.00289775 -> Constante da Lei de Deslocamento de Wien

Resultados Experimentais e Cálculos - Tabelas

$V_{\text{lâmpada}}$ (V)	$\beta_{\text{máx}}$ (graus)	$\delta_{\text{máx}}$ (graus)	$\delta_{\text{máx}}$ (rad)	ϵ_{δ} (rad)
6	312,32	49,42	0,86257	1,454E-04
9	312,08	49,66	0,86676	
12	311,75	49,99	0,87252	

Tabela 1 - posições angulares dos máximos de intensidade para cada valor de tensão.

$V_{\text{lâmpada}} = 12 \text{ V}$							
β (graus)	δ (graus)	δ (rad)	ϵ_{δ} (rad)	V (10^{-5} V)	$V_{\text{médio}}$ (10^{-5} V)	ϵ_V (10^{-5} V)	
1	307,00	54,74167	0,95542	0,00	0,02	0,03	
				0,00			
				0,05			
2	307,50	54,24167	0,94670	0,08	0,03	0,05	
				0,00			
				0,01			
3	308,00	53,74167	0,93797	0,20	0,22	0,03	
				0,22			
				0,25			
4	308,50	53,24167	0,92924	0,49	0,52	0,03	
				0,53			
				0,54			
5	309,00	52,74167	0,92052	0,82	0,84	0,02	
				0,84			
				0,85			
6	309,50	52,24167	0,91179	1,33	1,30	0,03	
				1,27			
				1,30			
7	310,00	51,74167	0,90306	2,21	2,24	0,03	
				2,26			
				2,25			
8	310,50	51,24167	0,89434	3,30	3,28	0,02	
				3,27			
				3,28			
9	311,00	50,74167	0,88561	5,49	5,51	0,02	
				5,53			
				5,51			
10	311,50	50,24167	0,87688	6,99	6,95	0,04	
				6,94			
				6,92			
11	312,00	49,74167	0,86816	7,35	7,30	0,05	
				7,30			
				7,25			
12	312,50	49,24167	0,85943	6,02	6,07	0,10	
				6,17			
				6,01			
13	313,00	48,74167	0,85070	3,68	3,64	0,05	
				3,64			
				3,59			
14	313,50	48,24167	0,84198	2,22	2,20	0,02	
				2,19			
				2,18			
15	314,00	47,74167	0,83325	1,14	1,14	0,02	
				1,12			
				1,15			
16	314,50	47,24167	0,82452	0,52	0,55	0,03	
				0,56			
				0,57			
17	315,00	46,74167	0,81580	0,13	0,12	0,01	
				0,12			
				0,12			
18	315,50	46,24167	0,80707	0,03	0,05	0,02	
				0,05			
				0,06			
19	316,00	45,74167	0,79834	0,01	0,01	0,01	
				0,00			
				0,01			
20	316,50	45,24167	0,78962	0,00	0,00	0,00	
				0,00			
				0,00			

Tabela 2 - Intensidade da radiação para cada intervalo angular e tensão 12 V.

Resultados Experimentais e Cálculos - Tabelas

V _{lâmpada} = 9 V							
	β (graus)	δ (graus)	δ (rad)	ϵ_{δ} (rad)	V (10 ⁻⁵ V)	V _{médio} (10 ⁻⁵ V)	ϵ_V (10 ⁻⁵ V)
1	307,00	54,74167	0,95542	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		
2	307,50	54,24167	0,94670	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		
3	308,00	53,74167	0,93797	1,454E-04	0,05	0,04	0,01
					0,04		
					0,04		
4	308,50	53,24167	0,92924	1,454E-04	0,15	0,12	0,03
					0,11		
					0,09		
5	309,00	52,74167	0,92052	1,454E-04	0,19	0,20	0,01
					0,19		
					0,21		
6	309,50	52,24167	0,91179	1,454E-04	0,37	0,39	0,03
					0,42		
					0,38		
7	310,00	51,74167	0,90306	1,454E-04	0,78	0,81	0,03
					0,84		
					0,82		
8	310,50	51,24167	0,89434	1,454E-04	1,56	1,51	0,06
					1,52		
					1,45		
9	311,00	50,74167	0,88561	1,454E-04	2,51	2,48	0,03
					2,45		
					2,47		
10	311,50	50,24167	0,87688	1,454E-04	3,53	3,50	0,03
					3,47		
					3,50		
11	312,00	49,74167	0,86816	1,454E-04	3,99	3,95	0,05
					3,90		
					3,97		
12	312,50	49,24167	0,85943	1,454E-04	3,35	3,33	0,03
					3,35		
					3,30		
13	313,00	48,74167	0,85070	1,454E-04	2,44	2,41	0,03
					2,42		
					2,38		
14	313,50	48,24167	0,84198	1,454E-04	1,28	1,27	0,02
					1,28		
					1,25		
15	314,00	47,74167	0,83325	1,454E-04	0,65	0,65	0,04
					0,68		
					0,61		
16	314,50	47,24167	0,82452	1,454E-04	0,24	0,29	0,05
					0,30		
					0,32		
17	315,00	46,74167	0,81580	1,454E-04	0,02	0,06	0,04
					0,05		
					0,10		
18	315,50	46,24167	0,80707	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		
19	316,00	45,74167	0,79834	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		
20	316,50	45,24167	0,78962	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		

Tabela 3 - Intensidade da radiação para cada intervalo angular e tensão 9 V.

V _{lâmpada} = 6 V							
	β (graus)	δ (graus)	δ (rad)	ϵ_{δ} (rad)	V (10^{-5} V)	V _{médio} (10^{-5} V)	ϵ_V (10^{-5} V)
1	307,00	54,74167	0,95542	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		
2	307,50	54,24167	0,94670	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		
3	308,00	53,74167	0,93797	1,454E-04	0,01	0,00	0,01
					0,00		
					0,00		
4	308,50	53,24167	0,92924	1,454E-04	0,03	0,01	0,02
					0,00		
					0,01		
5	309,00	52,74167	0,92052	1,454E-04	0,03	0,02	0,01
					0,01		
					0,02		
6	309,50	52,24167	0,91179	1,454E-04	0,04	0,05	0,01
					0,06		
					0,04		
7	310,00	51,74167	0,90306	1,454E-04	0,13	0,14	0,02
					0,14		
					0,16		
8	310,50	51,24167	0,89434	1,454E-04	0,43	0,44	0,02
					0,46		
					0,44		
9	311,00	50,74167	0,88561	1,454E-04	0,66	0,70	0,04
					0,71		
					0,73		
10	311,50	50,24167	0,87688	1,454E-04	1,17	1,16	0,02
					1,18		
					1,14		
11	312,00	49,74167	0,86816	1,454E-04	1,53	1,55	0,02
					1,56		
					1,56		
12	312,50	49,24167	0,85943	1,454E-04	1,39	1,41	0,02
					1,42		
					1,43		
13	313,00	48,74167	0,85070	1,454E-04	1,01	1,02	0,01
					1,03		
					1,02		
14	313,50	48,24167	0,84198	1,454E-04	0,61	0,60	0,01
					0,60		
					0,59		
15	314,00	47,74167	0,83325	1,454E-04	0,29	0,31	0,02
					0,31		
					0,32		
16	314,50	47,24167	0,82452	1,454E-04	0,13	0,14	0,02
					0,14		
					0,16		
17	315,00	46,74167	0,81580	1,454E-04	0,06	0,03	0,03
					0,03		
					0,01		
18	315,50	46,24167	0,80707	1,454E-04	0,02	0,01	0,01
					0,00		
					0,01		
19	316,00	45,74167	0,79834	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		
20	316,50	45,24167	0,78962	1,454E-04	0,00	0,00	0,00
					0,00		
					0,00		

Tabela 4 - Intensidade da radiação para cada intervalo angular e tensão 6 V.

V (V)	ϵV (V)	I (A)	ϵI (A)	R (Ω)	ϵR (Ω)	R/0.278	T (K)	ϵT (K)
6	0,01	2,046	0,001	2,93255	0,00632	10,5487	2086,46	86,46
9		2,524		3,56577	0,00537	12,8265	2459,11	59,11
12		2,943		4,07747	0,00478	14,6672	2750,33	50,33

Tabela 5 - cálculo da temperatura de trabalho para as várias tensões mediante a tabela da resistividade do tungsténio

	δ		ϵ_δ		α		θ		ϵ_θ		n	ϵ_n
	graus	radianos	graus	rad	graus	rad	graus	rad	graus	rad		
1	54,74167	0,95542	0,00833	0,000145	60,0	1,0472	41,083	0,71703	0,0167	0,000291	1,62616	1,6120E-04
2	54,24167	0,94670									1,62353	1,6003E-04
3	53,74167	0,93797									1,62082	1,5888E-04
4	53,24167	0,92924									1,61803	1,5773E-04
5	52,74167	0,92052									1,61518	1,5659E-04
6	52,24167	0,91179									1,61224	1,5546E-04
7	51,74167	0,90306									1,60923	1,5434E-04
8	51,24167	0,89434									1,60615	1,5322E-04
9	50,74167	0,88561									1,60299	1,5212E-04
10	50,24167	0,87688									1,59976	1,5102E-04
11	49,74167	0,86816									1,59645	1,4994E-04
12	49,24167	0,85943									1,59308	1,4886E-04
13	48,74167	0,85070									1,58962	1,4779E-04
14	48,24167	0,84198									1,58610	1,4674E-04
15	47,74167	0,83325									1,58250	1,4569E-04
16	47,24167	0,82452									1,57884	1,4465E-04
17	46,74167	0,81580									1,57510	1,4363E-04
18	46,24167	0,80707									1,57129	1,4261E-04
19	45,74167	0,79834									1,56741	1,4161E-04
20	45,24167	0,78962									1,56346	1,4061E-04

Tabela 6 - cálculo do índice de refração para cada posição angular

n	$n_{(1),(2)}$	$\lambda_{(1),(2)}$	m	b	λ	ϵ_λ
1,62616	1,6239	517,1	-6666,7	11343,1	502,03	15,067
	1,6242	515,1				
1,62353	1,6235	521,2	-10000,0	16756,2	520,90	1,700
	1,6237	519,2				
1,62082	1,6206	546,9	-7333,3	12431,3	545,29	1,613
	1,6209	544,7				
1,61803	1,6180	573,1	-8333,3	14056,4	572,85	2,250
	1,6183	570,6				
1,61518	1,6150	609,3	-15500,0	25641,8	606,51	2,790
	1,6152	606,2				
1,61224	1,6122	649,8	-18500,0	30475,5	649,06	2,960
	1,6124	646,1				
1,60923	1,6091	704,8	-23500,0	38518,7	701,75	3,055
	1,6093	700,1				
1,60615	1,6061	775,8	-30500,0	49761,9	774,28	4,575
	1,6063	769,7				
1,60299	1,6028	877,5	-41500,0	67393,7	869,62	7,885
	1,6030	869,2				
1,59976	1,5997	1005,2	-37333,3	60727,3	1002,96	8,960
	1,6000	994,0				
1,59645	1,5963	1211,2	-81000,0	130511,5	1199,05	12,150
	1,5965	1195,0				
1,59308	1,5930	1489,0	-117500,0	188666,5	1479,60	14,100
	1,5932	1465,5				
1,58962	1,5895	1931,5	-119333,3	191611,8	1917,18	21,480
	1,5898	1895,7				
1,58610	-	-	-	-	2620,10	0,000
	-	-				
1,58250	1,5824	3830,0	-481500,0	765755,6	3781,85	48,150
	1,5826	3733,7				
1,57884	1,5787	5953,5	-864500,0	1370739,7	5832,47	121,030
	1,5789	5780,6				
1,57510	1,5778	6716,1	-1009500,0	1599505,2	9441,75	2927,550
	1,5780	6514,2				
1,57129	1,5778	6716,1	-1009500,0	1599505,2	13287,95	6773,745
	1,5780	6514,2				
1,56741	1,5778	6716,1	-1009500,0	1599505,2	17204,81	10690,605
	1,5780	6514,2				
1,56346	1,5778	6716,1	-1009500,0	1599505,2	21192,33	14678,130
	1,5780	6514,2				
1,59430	1,5942	1377,9	-102500,0	164783,4	1367,65	10,250
	1,5944	1357,4				
1,59592	1,5958	1245,0	-85500,0	137685,9	1234,74	10,260
	1,5960	1227,9				
1,59812	1,5981	1092,0	-44333,3	71941,1	1091,11	12,413
	1,5984	1078,7				

Tabela 7 - Cálculo por interpolação linear do comprimento de onda para cada índice de refração

Resultados Experimentais e Cálculos - Tabelas

λ	ϵ_λ	12 V - 2750,33 K		9 V - 2459,11 K		6 V - 2086,46 K	
		V (10^{-5} V)	ϵ_V (10^{-5} V)	V (10^{-5} V)	ϵ_V (10^{-5} V)	V (10^{-5} V)	ϵ_V (10^{-5} V)
502,03	15,067	0,02	0,03	0	0	0	0
520,9	1,7	0,03	0,05	0	0	0	0
545,29	1,613	0,22	0,03	0,04	0,01	0	0,01
572,85	2,25	0,52	0,03	0,12	0,03	0,01	0,02
606,51	2,79	0,84	0,02	0,2	0,01	0,02	0,01
649,06	2,96	1,3	0,03	0,39	0,03	0,05	0,01
701,75	3,055	2,24	0,03	0,81	0,03	0,14	0,02
774,28	4,575	3,28	0,02	1,51	0,06	0,44	0,02
869,62	7,885	5,51	0,02	2,48	0,03	0,7	0,04
1002,96	8,96	6,95	0,04	3,5	0,03	1,16	0,02
1199,05	12,15	7,3	0,05	3,95	0,05	1,55	0,02
1479,6	14,1	6,07	0,1	3,33	0,03	1,41	0,02
1917,18	21,48	3,64	0,05	2,41	0,03	1,02	0,01
2620,1	0	2,2	0,02	1,27	0,02	0,6	0,01
3781,85	48,15	1,14	0,02	0,65	0,04	0,31	0,02
5832,47	121,03	0,55	0,03	0,29	0,05	0,14	0,02
9441,75	2927,55	0,12	0,01	0,06	0,04	0,03	0,03
13287,95	6773,745	0,05	0,02	0	0	0,01	0,01
17204,81	10690,61	0,01	0,01	0	0	0	0
21192,33	14678,13	0	0	0	0	0	0

Tabela 8 - relação dos comprimentos de onda e as intensidades da radiação medida

T (K)	εT (K)	$\delta_{\text{máx}}$ (rad)	ε_{δ} (rad)	α (rad)	θ (rad)	ε_{θ} (rad)	n	ε_n	λ (nm)	ε_{λ} (nm)	$1/T$ (K ⁻¹)	$\varepsilon_{(1/T)}$ (K ⁻¹)
2086,46	86,46	0,86257	1,454E-04	1,0472	0,7170	2,909E-04	1,59430	1,492E-04	1367,65	10,25	4,7928E-04	1,986E-05
2459,11	59,11	0,86676					1,59592	1,498E-04	1234,74	10,26	4,0665E-04	9,775E-06
2750,33	50,33	0,87252					1,59812	1,505E-04	1091,11	12,413	3,6359E-04	6,654E-06

Tabela 9 - relação dos comprimentos de onda nas posições de intensidade máxima e o inverso da temperatura para comprovação da Lei de Wien

V(V)	ε_V (V)	I (A)	ε_I (A)	$I_{\text{radiação}}$ (mV)	$I_{\text{radiação média}}$ (mV)	$\varepsilon_{I_{\text{radiação}}}$ (mV)		
5,00	0,01	1,861	0,001	9,99	9,94	0,09		
				9,98				
				9,85				
6,00		2,047		13,68	13,67	13,66	0,03	
								13,63
								17,86
7,00		2,215		17,84	17,87	17,86	0,02	
								22,3
								22,4
8,00		2,374		22,3	27,4	22,33	0,07	
								27,5
								27,4
9,00	2,524	32,8	32,8	27,43	0,07			
						32,8		
						32,8		
10,00	2,669	38,4	38,5	32,80	0,00			
						38,6		
						44,5		
11,00	2,805	44,5	44,5	38,50	0,10			
						44,5		
						44,5		
12,00	2,938	44,5	44,5	44,50	0,00			
						44,5		
						44,5		

Tabela 10 - estudo da intensidade da radiação para diferentes tensões de alimentação

V (V)	ε_V (V)	I (A)	ε_I (A)	T (K)	ε_T (K)
5	0,01	1,861	0,001	1914,12	7,124
6		2,047		2065,97	9,07
7		2,215		2198,57	5,435
8		2,374		2321,98	7,184
9		2,524		2434,79	4,51
10		2,669		2539,26	4,755
11		2,805		2637,87	7,728
12		2,938		2728,46	4,44

Tabela 11 - relação entre as diferentes tensões de alimentação e a temperatura do filamento

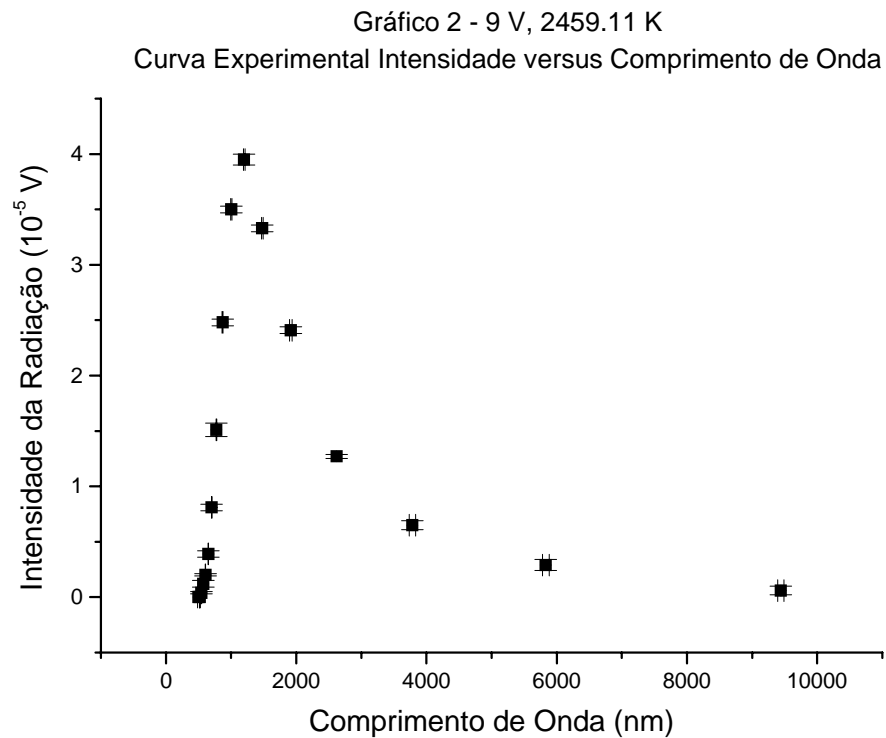
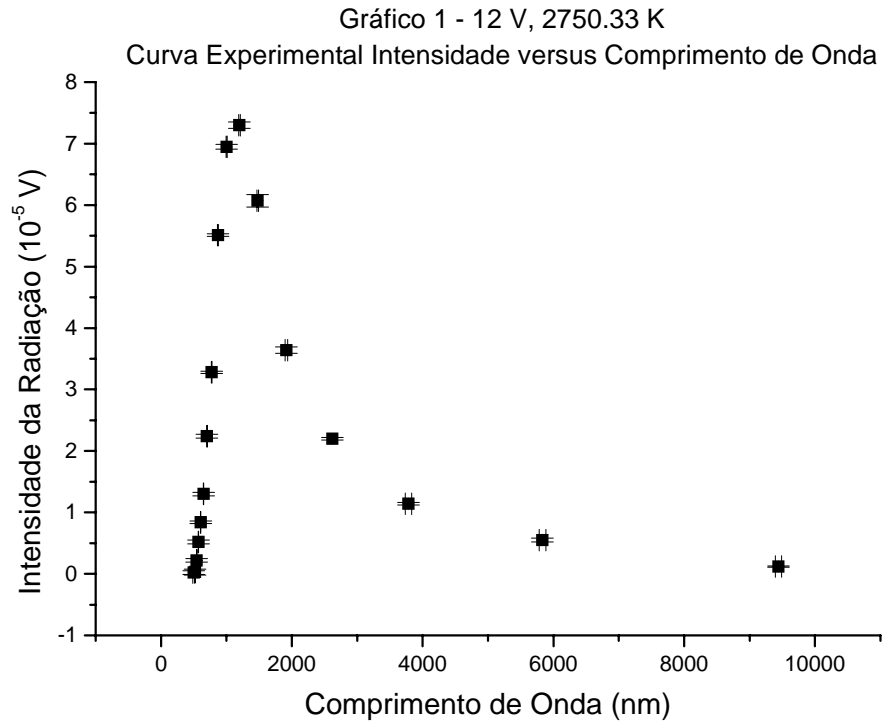
T (K)	ε_T (K)	$I_{\text{radiação}}$ (mV)	$\varepsilon_{I_{\text{radiação}}}$ (mV)	Log [T]	$\varepsilon_{\text{Log [T]}}$	Log [Iradiação]	$\varepsilon_{\text{Log [Iradiação]}}$
1914,12	7,124	9,94	0,09	3,281969	0,003721815	0,997386384	9,0543E-03
2065,97	9,07	13,66	0,03	3,315124	0,00439019	1,135450699	2,1962E-03
2198,57	5,435	17,86	0,02	3,34214	0,002472061	1,251800392	9,3336E-04
2321,98	7,184	22,33	0,07	3,365858	0,003093911	1,348953548	2,9851E-03
2434,79	4,51	27,43	0,07	3,386462	0,001852316	1,43827858	2,4301E-03
2539,26	4,755	32,80	0,00	3,404707	0,001872593	1,515873844	0,0000E+00
2637,87	7,728	38,50	0,10	3,421253	0,002929636	1,58546073	2,5974E-03
2728,46	4,44	44,50	0,00	3,435918	0,001627292	1,648360011	0,0000E+00

Tabela 12 - relação do logaritmo das temperaturas e o logaritmo da intensidade da radiação

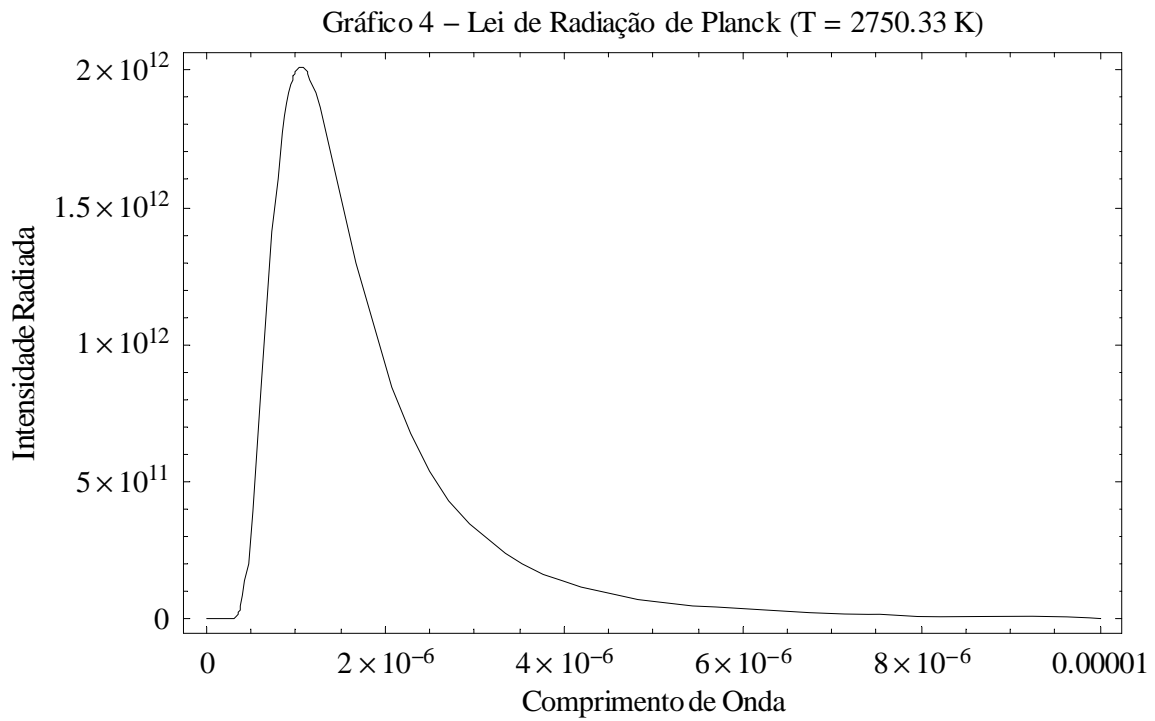
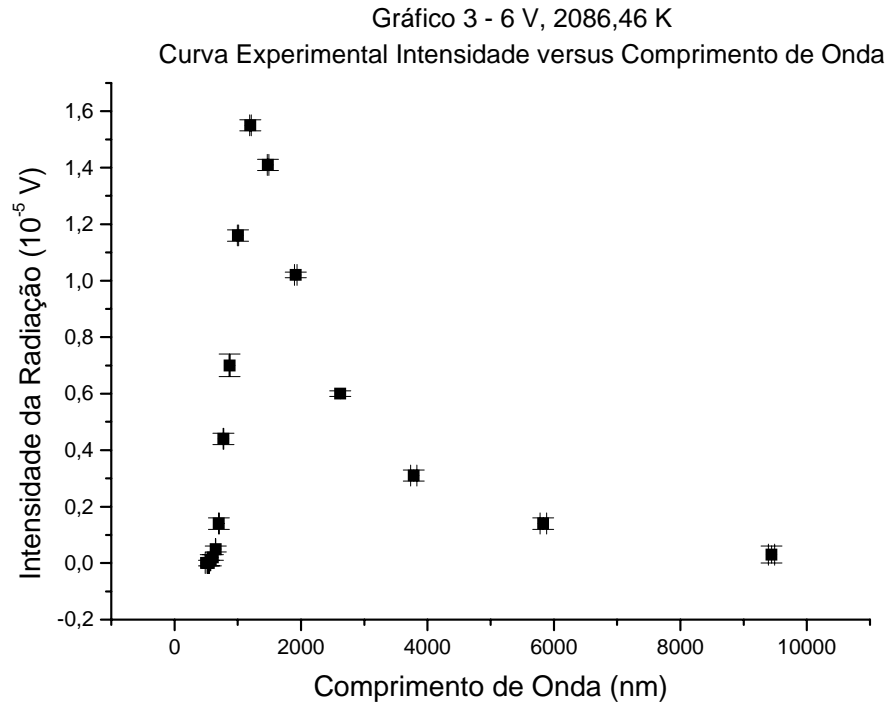
Tensão de Alimentação (V)	Temperatura (°C)	Intensidade de radiação (mV)			
		Sup. Zincada	Sup. Lacada	Sup. Polida	Sup. Preta
3/4 do máximo	64	1,2	6,1	0,2	6,2
	66	1,65	6,98	0,58	6,79
máximo	92	3,2	12,3	0,8	12,7
	94	3,1	12,7	1	13,2

Tabela 13 - registo da intensidade da radiação emitida em função da temperatura e da superfície

Resultados Experimentais e Cálculos - Tabelas



Resultados Experimentais e Cálculos - Tabelas



Resultados Experimentais e Cálculos - Tabelas

Gráfico 5 – Lei de Radiação de Planck (T = 2459.11 K)

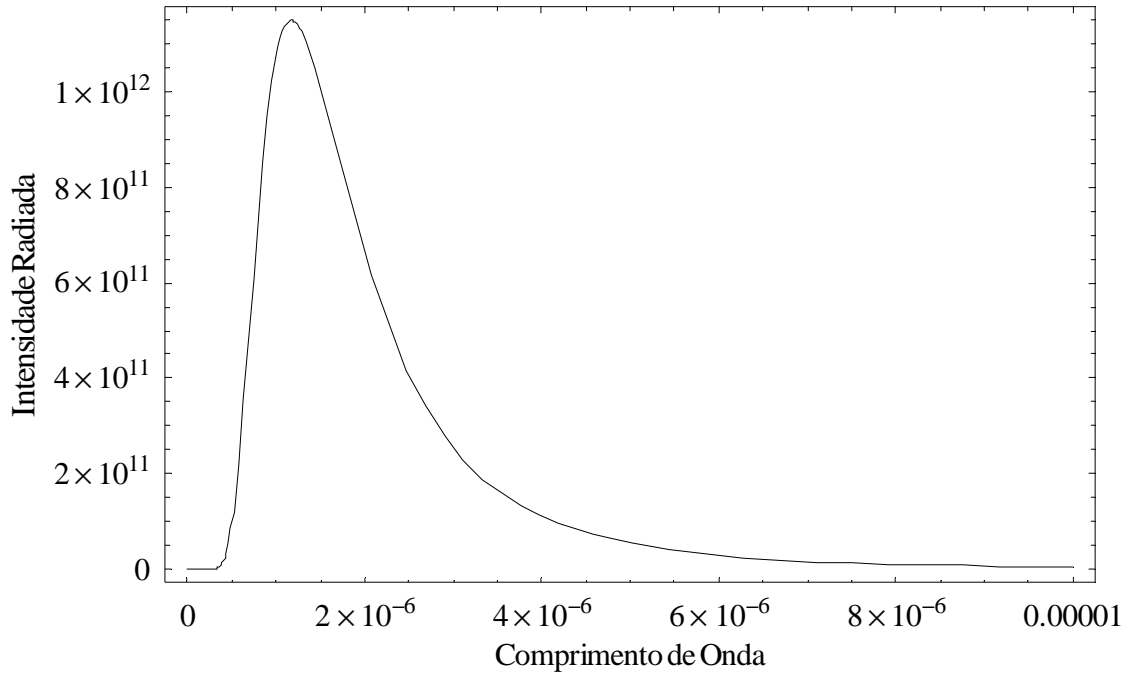
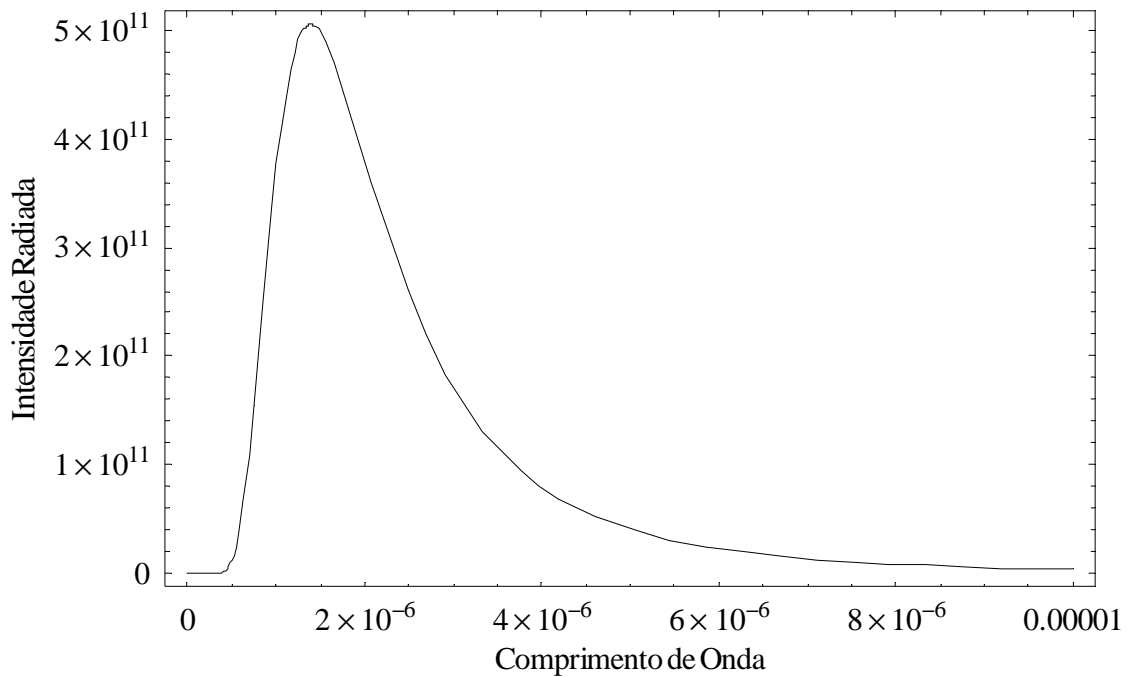


Gráfico 6 – Lei de Radiação de Planck (T = 2086.46 K)



Resultados Experimentais e Cálculos - Tabelas

