

Relatório de Física Experimental III  
**2004/2005**

Engenharia Física Tecnológica

# MOTOR DE STIRLING

---

*Estudo de um motor térmico*

**Trabalho realizado por:**  
Ricardo Figueira, nº53755;  
André Cunha, nº53757  
Tiago Marques, nº53775

**Grupo 1; 3ªfeira 16-20h**

Lisboa, 19 de Abril de 2005

O trabalho descrito neste relatório destina-se a analisar o comportamento termodinâmico do chamado **motor de Stirling**. Inventado por Robert Stirling no início do século XIX, este tipo de motor é caracterizado pela sua capacidade de gerar movimento através do aproveitamento do comportamento termodinâmico de um gás submetido a uma oscilação térmica periódica.

O funcionamento do **motor de Stirling** pode ser descrito por um ciclo com o mesmo nome que consiste em quatro fases: **contração**, **aquecimento**, **expansão** e **arrefecimento** (obviamente, estes termos são relativos ao gás em uso no motor). Graficamente, podemos representar este ciclo da seguinte forma:

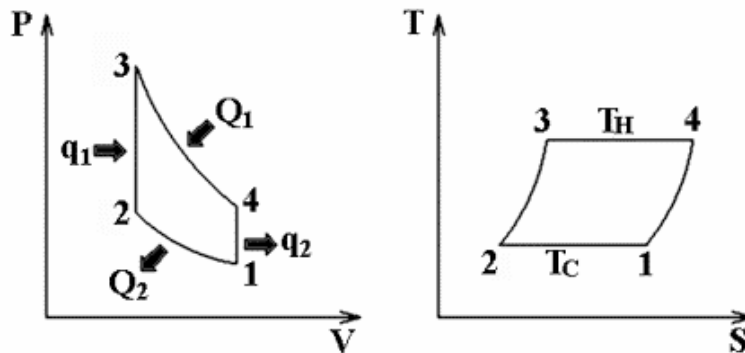


Figura 1: Diagrama PV e TS de um ciclo de Stirling

Teoricamente, para as mesmas temperaturas, o **ciclo de Stirling** em condições ideais possui o mesmo grau de eficiência que o **ciclo de Carnot**, ou seja:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}.$$

Antes de descrever em detalhe as diferentes fases do **ciclo de Stirling**, é importante descrever o aparato usado. Naturalmente, dada a simplicidade do conceito base, existem várias abordagens para criar um motor que se enquadre nesta classe. Desta forma, os engenheiros classificaram-nos em três configurações distintas: alfa, beta e gamma.

Neste procedimento experimental usou-se um **motor de Stirling do tipo beta**. Esta configuração consiste num cilindro cujas extremidades são pólos térmicos (num temos uma fonte de calor e no outro, um sistema de arrefecimento). O gás usado, o ar, é transferido entre os dois pólos térmicos através de um êmbolo deslocador (que contém um regenerador que aumenta a eficiência térmica do motor,) cujo movimento não altera o volume do gás mas se limita a transferi-lo entre os dois pólos. O pistão e o êmbolo deslocador movem-se de acordo com o mesmo eixo e estão ambos ligados a uma roda giratória que sincroniza a sua acção.

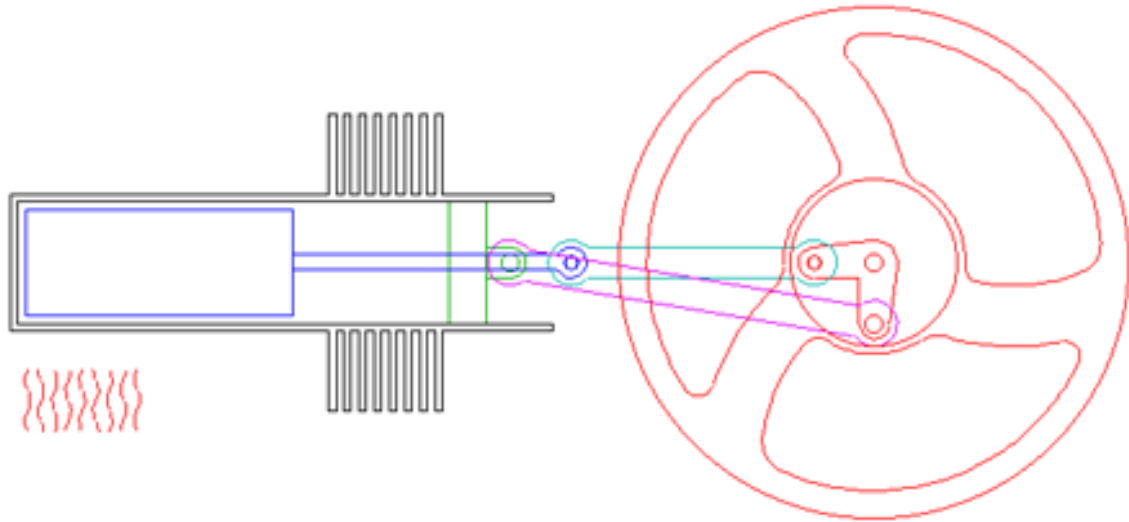
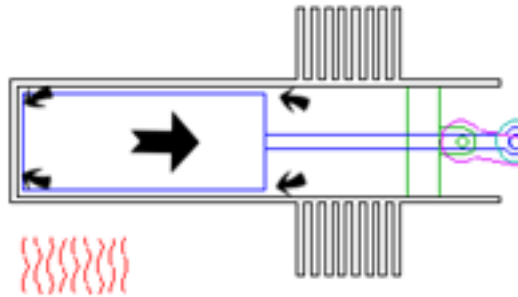


Figura 2: Esquema de um motor de Stirling do tipo beta

### Ciclo de Stirling:

- Aquecimento Isocórico (fase 2 – 3):

(Um aquecimento do gás a volume constante, aumentando assim a temperatura de  $T_C$  para  $T_H$ .)

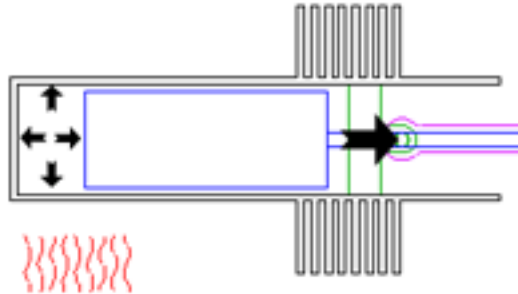


O êmbolo deslocador transfere o gás que se encontra no pólo frio para o pólo quente. Sendo o gás aquecido pela fonte de calor, a pressão deste aumenta, sem que haja no entanto, variação no volume durante o aumento de pressão, ou seja:

$$W = 0 \quad q_1 = n \cdot C_V \cdot (T_H - T_C).$$

- Expansão Isotérmica (fase 3 – 4):

(Uma expansão a temperatura constante  $T_H$ , aumentando assim o volume de  $V_m$  para  $V_M$ , durante a qual o gás realiza trabalho.)

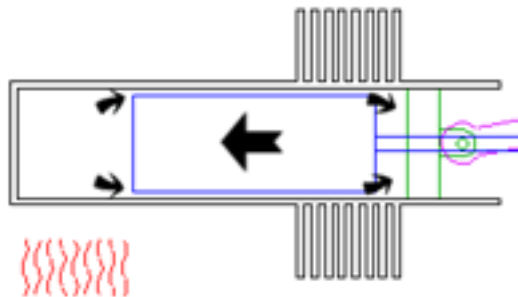


Devido à pressão acrescida no gás, este vai empurrar o pistão realizando assim, trabalho para o exterior enquanto absorve calor da fonte quente, ou seja:

$$dU = 0 \quad Q_1 = n \cdot R \cdot T_H \cdot \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right).$$

- Arrefecimento Isocórico (fase 4 – 1):

(Um arrefecimento do gás a volume constante, aumentando assim a temperatura de  $T_H$  para  $T_C$ .)

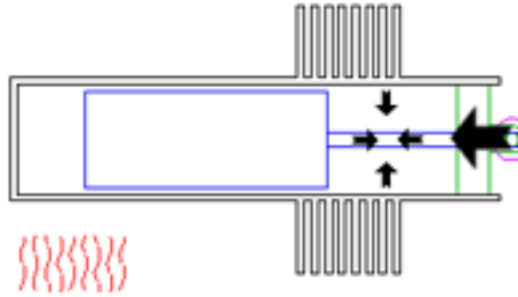


O êmbolo deslocador transfere agora o gás que se encontra no pólo quente para o pólo frio. Visto que o gás é agora arrefecido pelo sistema de arrefecimento, a pressão diminui sem que se verifique no entanto, variação no volume durante a diminuição da pressão, ou seja:

$$W = 0 \quad q_2 = n \cdot C_V \cdot (T_C - T_H).$$

- Contração Isotérmica, (fase 1 – 2):

(Uma contração a temperatura constante  $T_C$ , diminuindo assim o volume de  $V_M$  para  $V_m$ , durante a qual o exterior realiza trabalho sob o gás.)



Estando o gás agora, a uma pressão inferior, o pistão vai ser empurrado pelo ar exterior sofrendo por isso trabalho, enquanto dissipa calor para exterior, ou seja:

$$dU = 0 \quad Q_2 = n \cdot R \cdot T_C \cdot \ln\left(\frac{V_m}{V_M}\right).$$

### Modelo teórico adaptado

No entanto, na realidade o modelo ideal atrás descrito está longe de ser uma interpretação fiel do motor usado dada as inúmeras insuficiências existentes no motor real. No motor usado, ao contrário do que acontece no motor ideal, não podemos garantir a reversibilidade das transformações atrás descritas. Como tal, para tentar descrever matematicamente o diagrama PV do motor real e tendo:

$$V = V_m + (V_M - V_m) \cdot \frac{\cos(\omega \cdot t)}{2} \quad \text{e} \quad V_1 = \frac{(V_M \cdot V_m)}{V_M + V_m} \cdot (1 - \sin(\omega \cdot t)).$$

aplicando a Lei dos Gases Perfeitos a ambos os casos temos ainda:

$$P \cdot V_1 = n_1 \cdot R \cdot T_H \quad \text{e} \quad P \cdot (V - V_1) = (n - n_1) \cdot R \cdot T_C$$

então chegamos a:

$$P(t) = n \cdot R \cdot \frac{1}{\frac{V(t) - V'(t)}{T_c} + \frac{V'(t)}{T_q}}$$

A partir desta abordagem vai ser possível calcular um rendimento mais próximo do real.

---

## Introdução Experimental

Neste trabalho destacam-se dois objectivos complementares:

- O estudo do motor de Stirling como **máquina térmica**, ou seja, utilizá-lo para converter energia térmica da fonte quente em energia mecânica.
- O estudo do motor de Stirling como **bomba de calor**, ou seja, a capacidade do aparato de, através do fornecimento de energia mecânica, conseguir transferir energia térmica de uma fonte para outra a maior temperatura.

No primeiro caso, vai-se calcular as várias potências ao longo do ciclo, de forma a obter o valor do rendimento do motor. Também vai ser possível estimar as potência das perdas totais e das perdas devido a atritos inerentes ao próprio aparato experimental.

Comparando os valores experimentais com os teóricos pretende-se estudar o comportamento deste motor de Stirling como máquina térmica.

Finalmente, iremos testar quais dos dois modelos teóricos descritos se adapta melhor ao motor utilizado.

Na segunda parte, vai ser possível obter uma estimativa da eficiência do motor, com base numa extrapolação da potência mecânica do motor exterior. Nesta extrapolação iremos entrar em consideração com os valores das perdas devido a atritos internos, obtidas na actividade anterior.

### Procedimento Experimental

Antes de se começar a trabalhar com o motor propriamente dito, foi necessário efectuar uma calibração do aparelho que media o valor da força do travão Prony. Para tal colocaram-se pequenos pesos de diferentes massas e observou-se era o valor que o multímetro indicava para o peso dos corpos (Tabela 1). Assim, foi possível determinar qual a relação entre o valor indicado pelo multímetro e a força exercida pela barra (**F**). Posteriormente, mediu-se o valor do comprimento do braço do travão (**b**).

Seguidamente verificou-se o correcto funcionamento da bomba de água que garantirá ao longo do procedimento a existência de uma fonte fria, uma vez que esta é indispensável para o funcionamento do motor de Stirling. De seguida, forneceu-se uma tensão de alimentação, aproximadamente 12 V, à resistência de aquecimento e, à medida que a mesma ia entrando em incandescência, procederam-se a várias tentativas para colocar o motor em funcionamento.

Uma vez em funcionamento, aguardou-se que a temperatura da fonte quente (resistência de aquecimento) estabilizasse, o que indicava o funcionamento regular do motor, caracterizado por uma velocidade de rotação constante.

Procedeu-se, então, à aplicação do sistema de travagem que permitirá determinar o trabalho que é possível extrair do motor naquelas condições de funcionamento. O sistema de travagem foi cuidadosamente regulado, apertando/desapertando os parafusos que fazem variar a força imposta, garantido sempre a horizontalidade das barras do travão, de modo a extrair a máxima força possível sem comprometer o funcionamento regular da máquina.

Uma vez tudo preparado, deu-se início às medições. Recorrendo a dois multímetros registou-se a tensão de alimentação (**V**) da resistência de aquecimento assim como a respectiva intensidade de corrente (**I**). Mediu-se ainda noutro pequeno voltímetro um valor (**V'**) proporcional à força (**F**) que o travão exerce sobre o motor. Recorrendo ao computador e ao programa de aquisição de dados Cassy a funcionar no modo multímetro, mediu-se a temperatura da fonte quente (**T<sub>FQ</sub>**), a temperatura à entrada da fonte fria (**T<sub>FF</sub>**) e a diferença de temperaturas entre a água à entrada e à saída do sistema de arrefecimento (**ΔT**). Registou-se ainda com um cronómetro o tempo necessário (**t<sub>caudal</sub>**) à passagem de 100 ml de água pelo sistema de arrefecimento, para se determinar o caudal. De novo no computador, mediu-se o período (**T<sub>ciclo</sub>**) de um ciclo completo do motor no modo osciloscópio e calculou-se área (**A**) do diagrama PV correspondente a um ciclo no modo X-Y.

De seguida, incrementou-se o valor de tensão de alimentação à resistência de aquecimento, aumentando a potência térmica desta, e realizou-se o mesmo procedimento que o descrito anteriormente, medindo as mesmas grandezas.

Realizadas todas as medições, preencheu-se a Tabela 2, soltou-se o travão do motor e desligou-se a fonte de alimentação da resistência o que levou à paragem gradual do motor.

## Análise de Resultados

Com base nos dados da Tabela 1, traçou-se o Gráfico 1 no programa *Origin*, determinando-se assim a relação entre o valor lido no multímetro e a força exercida.

De seguida calculou-se a potência térmica ( $P_T$ ) fornecida ao motor, na resistência de aquecimento, sabendo a tensão de alimentação e a sua corrente, bem como o seu erro (Tabela 4):

$$P_T = V \cdot I ;$$
$$\varepsilon_{P_T} = |I| \cdot \varepsilon_V + |V| \cdot \varepsilon_I .$$

Para o cálculo da potência mecânica ( $P_{MEC}$ ) exercida sobre a barra (Tabela 5), calculou-se primeiro a frequência de funcionamento do motor:

$$f = \frac{1}{T_{ciclo}} ;$$
$$\varepsilon_f = \left| \frac{1}{T_{ciclo}} \right| \cdot \varepsilon_{T_{ciclo}} .$$

Posteriormente, usando os dados retirados do Gráfico 1, foi possível determinar a força exercida pela barra no travão de Prony em função do valor lido no multímetro:

$$F = \frac{V'-B}{A} ;$$
$$\varepsilon_F = \left| \frac{1}{A} \right| \cdot \varepsilon_{V'} + \left| \frac{1}{A} \right| \cdot \varepsilon_B + \left| \frac{V'-B}{A^2} \right| \cdot \varepsilon_A .$$

Consegue-se, assim, calcular a força exercida pela barra, permitindo-nos calcular a potência mecânica extraída através da relação:

$$P_{Mec} = \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial (F \cdot x)}{\partial t} = F \frac{\partial x}{\partial t} = F \cdot v = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot b \cdot F ;$$
$$\varepsilon_{P_{Mec}} = 2 \cdot \pi \cdot \left( |b \cdot F| \cdot \varepsilon_f + |b \cdot f| \cdot \varepsilon_F + |f \cdot F| \cdot \varepsilon_b \right) .$$

Para se obter o calor absorvido por unidade de tempo pela fonte fria e a potência dissipada para a mesma ( $P_D$ ), (Tabela 6), calculou-se, inicialmente, o caudal ( $C$ ) que atravessa o sistema de arrefecimento por:

$$C = \frac{mH_2O}{t_{caudal}};$$

$$\varepsilon_C = \left| \frac{1}{t_{caudal}} \right| \cdot \varepsilon_{mH_2O} + \left| \frac{mH_2O}{t_{caudal}^2} \right| \varepsilon_{tcaudal}.$$

É importante referir que não se mediu a massa da água como indicada na fórmula e na tabela, mas sim o volume desta em ml. No entanto, como a massa volúmica da água é de aproximadamente  $1 \text{ g.cm}^{-3}$ , é fácil determinar a sua massa. De seguida usou-se a seguinte relação:

$$P_D = \frac{dQ}{dt} = C \cdot c \cdot \Delta T;$$

$$\varepsilon_{P_D} = |\Delta T \cdot c| \cdot \varepsilon_C + |C \cdot c| \cdot \varepsilon_{\Delta T}.$$

Onde  $c$  é a capacidade calorífica da água ( $1 \text{ cal/g}^\circ$ ).

Finalmente, para se obter a potência mecânica fornecida pelo fluído ( $P_F$ ) ao êmbolo (Tabela 7), calculou-se o trabalho ( $W$ ) que este realiza sobre o êmbolo a partir da área do diagrama PV. Importante referir que neste diagrama, o volume não vem em  $m^3$ , mas sim em  $m$  pois mede o deslocamento do pistão. Este valor é, no entanto, representativo de um volume uma vez que a área do pistão é constante.

$$W = \int p \cdot dV = \int p \cdot d(\pi \cdot r^2 \cdot s) = \pi \cdot r^2 \cdot \int p \cdot ds = \pi \cdot r^2 \cdot A;$$

E por fim:

$$P_F = W \cdot f;$$

$$\varepsilon_{P_F} = W \cdot \varepsilon_f.$$

Uma vez que a frequência de funcionamento do motor nos dá o número de ciclos por unidade de tempo, o seu produto pelo trabalho vai-nos dar o trabalho por unidade de tempo, ou seja, a potência.

Para o cálculo dos rendimentos, considerou-se o rendimento máximo ( $\eta_{\text{reversível}}$ ) que seria obtido caso todas as transformações fossem reversíveis e não existissem perdas de energia ao longo do ciclo:

$$\eta_{\text{reversível}} = \frac{W}{Q_T} = \frac{n \cdot R \cdot T_{FQ} \cdot \ln\left(\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}\right) - n \cdot R \cdot T_{FF} \cdot \ln\left(\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}\right)}{n \cdot R \cdot T_{FF} \cdot \ln\left(\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}\right)} = 1 - \frac{T_{FF}}{T_{FQ}};$$

$$\varepsilon_{\eta\text{-reversível}} = \left| \frac{1}{T_{FQ}} \right| \cdot \varepsilon_{TFF} + \left| \frac{T_{FF}}{T_{FQ}^2} \right| \cdot \varepsilon_{TFQ}.$$

Contudo, se em vez de considerarmos o ciclo reversível, optarmos pelo modelo teórico, descrito na introdução, mais aproximado ao nosso motor de Stirling, o rendimento ( $\eta_{\text{aprox}}$ ) é obtido por:

$$\eta_{\text{aprox}} = \frac{P_{\text{Teórica}}}{P_T};$$

$$\varepsilon_{\eta\text{-aprox}} = \left| \frac{1}{P_T} \right| \cdot \varepsilon_{P_{\text{Teórica}}} + \left| \frac{P_{\text{Teórica}}}{P_T^2} \right| \cdot \varepsilon_{PT}.$$

A potência teórica é calculada sabendo a frequência de funcionamento do motor e o  $W_{\text{teórico}}$  (Tabela 8). O  $W_{\text{teórico}}$  é obtido através da integração do diagrama PV do modelo teórico no programa *Mathematica* (Apêndice 1). Esses mesmos diagramas podem ser vistos nos Gráficos 1 e 2.

$$P_{\text{Teórica}} = W_{\text{teórico}} \cdot f;$$

$$\varepsilon_{P_{\text{teórica}}} = W_{\text{teórico}} \cdot \varepsilon_f.$$

O rendimento real ( $\eta_{\text{real}}$ ) é dado pela razão entre a potência mecânica e a potência térmica fornecida à resistência de aquecimento:

$$\eta_{\text{real}} = \frac{P_{\text{Mec}}}{P_T};$$

$$\varepsilon_{\eta\text{-real}} = \left| \frac{1}{P_T} \right| \cdot \varepsilon_{P_{\text{Mec}}} + \left| \frac{P_{\text{Mec}}}{P_T^2} \right| \cdot \varepsilon_{PT}.$$

Consegue-se obter um rendimento superior ( $\eta_{\text{melhorado}}$ ), se em vez de considerarmos o trabalho realizado pela barra (que se traduz na potência mecânica previamente calculada), tomarmos em conta o valor do trabalho realizado pelo fluido (potência do fluido). Desta forma, segue que:

$$\eta_{\text{melhorado}} = \frac{P_F}{P_T};$$

$$\varepsilon_{\eta\text{-melhorado}} = \left| \frac{1}{P_T} \right| \cdot \varepsilon_{PF} + \left| \frac{P_F}{P_T^2} \right| \cdot \varepsilon_{PT}.$$

Os rendimentos podem ser comparados na Tabela 9.

É também importante calcular as perdas energéticas por unidade de tempo referentes ao motor utilizado (Tabela 10). Para tal, considerámos a diferença entre a potência realizada pelo fluido e a potência mecânica da barra, como perdas devidas ao atrito intrínseco ao aparato experimental ( $P'_{FA}$ ):

$$P'_{FA} = P_F - P_{Mec};$$

$$\varepsilon_{P'_{FA}} = \varepsilon_{PF} + \varepsilon_{PMec}.$$

Para se obter as perdas totais considerou-se:

$$P'_{Total} = P_T - P_{Mec} - P_D ;;$$

$$\varepsilon_{P'_{Total}} = \varepsilon_{PT} + \varepsilon_{PMec} + \varepsilon_{PD}.$$

## Actividade 2

---

### Procedimento Experimental

Nesta parte do trabalho, o motor irá funcionar como bomba de calor, sendo actuado por um motor eléctrico exterior através de uma correia de transmissão.

Começou-se por colocar a correia na posição correcta, ligando-se de seguida o motor eléctrico por forma ao motor de Stirling rodar na mesma sentido do caso anterior.

Deixou-se o sistema a funcionar até a temperatura junto da resistência de aquecimento chegar a uma temperatura inferior à ambiente em  $10^{\circ}\text{C}$  (o que correspondeu a aproximadamente  $12^{\circ}\text{C}$ ). De seguida, aplicou-se uma tensão de 2V (com uma fonte que permitia um ajuste mais preciso que a usada na actividade anterior) e foi-se regulando de modo a que a temperatura junto da fonte quente atingisse um valor aproximado da temperatura ambiente ( $22^{\circ}\text{C}$ ).

De novo, aguardou-se que o valor de temperatura estabilizasse, o que corresponde a uma situação de equilíbrio. Procedeu-se ao registo do valor da tensão de alimentação ( $V$ ) da resistência e da sua corrente ( $I$ ), bem como da temperatura junto a esta ( $T_{FQ}$ ) e da diferença de temperaturas entre a água à entrada e à saída do sistema de arrefecimento ( $\Delta T$ ). Voltou-se a repetir o procedimento para a determinação do caudal da água que passava pelo sistema de arrefecimento, uma vez que este pode ter variado durante a experiência. De novo com a ajuda do programa Cassy, observou-se o diagrama PV e calculou-se a sua área ( $A$ ) e do gráfico da variação temporal da posição do pistão determinou-se o período do ciclo ( $T_{\text{ciclo}}$ ).

Preencheu-se a Tabela 3 com todas estas medições.

### Análise dos Resultados

A potência de refrigeração ( $P_T$ ) (Tabela 11) é calculada exactamente da mesma forma que a potência térmica fornecida ao motor da alínea anterior. Tal acontece pois, a tensão aplicada aos terminais da resistência vai permitir que a fonte quente permaneça a uma temperatura constante (próxima da ambiente), compensando o efeito de refrigeração. Se a resistência estivesse desligada a temperatura junto a ela iria descer atingindo temperaturas negativas.

A potência fornecida à fonte fria ( $P_D$ ) (Tabela 12) e a potência realizada pelo fluido ( $P_F$ ) (Tabela 13) também são calculadas de modo idêntico às da actividade anterior.

É, no entanto, bastante complicado determinar experimentalmente a potência realizada pelo motor exterior ( $P_{Motor}$ ). Para uma estimativa aproximada considerou-se que esta seria a potência realizada pelo fluido no êmbolo juntamente com as perdas por unidade de tempo no motor, devido a atrito interno:

$$P_{Motor} = P_F + P'_{FA};$$

$$\mathcal{E}_{PMotor} = \mathcal{E}_{PF} + \mathcal{E}_{P'FA}.$$

Esta estimativa é razoável, uma vez que se não houvessem estas tais perdas, toda a potência realizada pelo motor exterior iria ser convertida em potência do fluido.

A eficiência da bomba de calor será, então, dada por:

$$eff = \frac{P_D}{P_{Motor}};$$

$$\cdot \mathcal{E}_{eff} = \left| \frac{1}{P_{Motor}} \right| \cdot \mathcal{E}_{PD} + \left| \frac{P_D}{P_{Motor}^2} \right| \cdot \mathcal{E}_{PMotor} \cdot$$

A potência do motor e a eficiência encontram-se calculadas na Tabela 14.

Na primeira actividade do trabalho, onde se estudou o comportamento de um motor de Stirling a funcionar como máquina térmica, procedeu-se ao estudo aprofundado de dois ensaios distintos nos quais se variou a potência fornecida à fonte quente.

No primeiro ensaio, obteve-se para potência térmica o valor de  $124,34 \pm 0,607$  W (erro de 0,49%) tendo-se estimado apenas  $1,67 \pm 0,0289$  W (erro de 1,73%) para a potência mecânica extraída do motor. Estes valores resultam num rendimento real muito baixo, cerca de 1,34%. Se em vez de considerarmos a potência mecânica fornecida, levarmos em conta a potência exercida pelo fluido no êmbolo ( $6,15 \pm 0,040$  W), obtemos um rendimento melhorado, cerca de 4,95%. Esta melhoria no resultado, deve-se ao facto de tomarmos em consideração as perdas de energia geradas por atrito interno.

Para os rendimentos teóricos, obtemos, se considerarmos todas as transformações no ciclo reversíveis, o rendimento exagerado de 50,3% e se considerarmos o modelo teórico aproximado descrito anteriormente, 34,88%.

No segundo ensaio, obteve-se um rendimento real ligeiramente superior (1,87%) mas muito aquém dos calculados teoricamente (54,6% para o ciclo reversível e 36,26% para o modelo aproximado). Para o rendimento melhorado obteve-se o valor de 5,73%.

Comparando os resultados em ambos os ensaios, observou-se que os rendimentos experimentais subiram ligeiramente o que está de acordo com os resultados teóricos que também previam esta melhoria. Tal deveu-se a um aumento significativo da temperatura da fonte quente aumentando apenas ligeiramente a temperatura da fonte fria, o que resulta num melhor rendimento da máquina térmica.

No que toca a perdas, estimaram-se para perdas devido ao atrito interno 4,48 W e 6,58W (para o ensaio 1 e 2 respectivamente) e 80,36W e 118,4W para as perdas totais, que englobam as perdas de calor no êmbolo e na fonte quente, bem como, as perdas devido à deficiente estanquicidade do êmbolo, para além, das já referidas, perdas provocadas pelas forças de atrito internas. Observou-se, assim, um aumento das perdas com o aumento da frequência de funcionamento do motor, o que seria de esperar.

Em relação ao funcionamento do motor de Stirling como bomba de calor (segunda actividade do trabalho), obteve-se um valor de  $4,563 \pm 0,07541$  W para a potência de refrigeração,  $12,3 \pm 1,39$  W para a potência rejeitada para a fonte fria e  $3,91 \pm 0,017$  para a potência realizada pelo fluido no êmbolo. Seria de esperar que o valor da potência dissipada para a fonte fria fosse, aproximadamente a soma das outras duas potências referidas, o que não aconteceu (diferença de 3,827 W, 31% de  $P_D$ ). Esta diferença de valores aponta, mais uma vez, para a existência de perdas de energia ao longo do ciclo.

Em relação à estimativa do valor da potência do motor exterior obteve-se 9,44 W. Esta estimativa foi feita com base na média das potências dissipadas por atrito interno da actividade anterior e na potência exercida pelo fluido no êmbolo.

Sabendo a potência do motor, foi possível obter a eficiência da bomba de calor, cujo resultado foi de 1,31. Este valor indica que se consegue dissipar para a fonte fria 1,3 J de calor por cada Joule de trabalho realizado sobre o motor de Stirling. Este resultado vem confirmar um dado que já era sabido de que o motor de Stirling funciona melhor como bomba de calor do que como máquina térmica.

Finalmente, através da observação dos diagramas PV, constatou-se que estes em nada se assemelhavam aos do ciclo reversível do motor de Stirling, constituídos por duas isocóricas e duas isotérmicas. Na realidade, as transformações isocóricas pareciam ocorrer instantaneamente, não se observando nenhuma recta vertical como seria de esperar. Infelizmente, não foi possível obter nenhuma imagem dos diagramas obtidos, embora seja possível recorrer aos Gráficos 1 e 2 que são uma boa aproximação dos resultados observados. Desta forma, nota-se uma maior proximidade entre o model teórico adaptado e o motor real.

Este trabalho tinha como objectivos, o estudo de um motor de Stirling tipo Beta como máquina térmica e como bomba de calor.

De uma maneira geral, pode dizer-se que os resultados obtidos estão dentro do esperado, não tendo ocorrido nenhum problema durante as medições.

Em relação ao funcionamento do motor como máquina térmica observou-se que este apresenta rendimentos muito baixos. Mesmo os rendimentos teóricos mais optimistas, ciclo reversível, apresentam valores pouco superiores aos 50%.

No entanto, os resultados obtidos foram muito inferiores aos valores teóricos (entre 1% e 2%) o que mostrou a necessidade da adopção de um modelo mais aproximado ao motor utilizado.

Quando se calculou os rendimentos deste novo modelo, obtiveram-se valores mais baixos (cerca de 35%) e próximos dos obtidos experimentalmente. Apesar da melhor aproximação, estes valores continuam muito optimistas em relação aos obtidos concretamente.

Ao tomarmos em consideração as perdas devido ao atrito interno entre o eixo de rotação do motor e a barra e calcularmos o rendimento usando a potência do fluido no êmbolo obtivemos valores mais elevados (cerca de 5%) e portanto mais próximos dos teóricos.

Nesta melhor aproximação, considerando o modelo teórico adaptado e o rendimento melhorado, continuámos a ter uma diferença de rendimentos na ordem dos 30%, o que suscita a necessidade de admitir outras fontes de erro. Estes erros podem dever-se à propagação de incertezas nas grandezas medidas experimentalmente:

- Flutuações nas medidas dadas pelos multímetros, o que aumentou a imprecisão na determinação do valor das temperaturas, tensões e intensidades de corrente;
- Erros nas leituras das escalas como foi o caso da medição do braço da barra, do valor do volume de água na proveta e do período do ciclo no osciloscópio;
- Tempo de reacção no cálculo do tempo para a determinação do caudal.

A própria experiência foi realizada em condições que admitiam sempre a presença de erros, uma vez que o tempo de espera necessário para garantir a estabilidade do funcionamento do ciclo era superior ao dado. Desta forma, não houve a garantia que as condições de funcionamento se mantiveram constantes durante todas as medições.

Além disso, o próprio aparato experimental pode ter contribuído para o aumento da imprecisão dos resultados uma vez que não há maneiras de garantir que durante toda a experiência não se deram trocas de gás com o exterior nem que houve trocas de calor pelas paredes laterais do cilindro (observou-se que a fonte

quente não se encontrava de forma alguma isolada com exterior, pelo que grande parte do seu calor foi perdido para o ambiente o que contribui para uma diminuição significativa do rendimento obtido).

No entanto, houve uma série de resultados importantes a destacar que foram verificados apesar de todas as incertezas inerentes às medições:

- O modelo teórico ajustado revelou-se bastante mais próximo do motor real do que o ciclo reversível, quer pela observação dos diagramas PV, quer pela comparação dos rendimentos obtidos;
- A potência exercida pelo fluido no êmbolo foi sempre superior à exercida pela barra no travão, o que revela a existência de perdas devido ao atrito ao longo da engrenagem;
- O rendimento subiu do primeiro ensaio para o segundo, quer nas previsões teóricas, quer nos resultados experimentais, devido a um aumento significativo da temperatura da fonte quente face a um ligeiro aumento da temperatura da fonte fria.

Na segunda actividade, constatou-se que o motor de Stirling funciona como uma boa bomba de calor obtendo-se uma eficiência de 1,31. Esta actividade foi realizada na presença das mesmas fontes de erro que a actividade anterior sendo portanto importante fazer uma análise crítica dos resultados obtidos. Como consequência não foi possível observar a relação entre a potência de refrigeração, a potência dissipada para a fonte fria e a potência do fluido no êmbolo descrita na discussão de resultados.

Novamente, voltou-se a observar que o modelo teórico ajustado revelou-se uma melhor aproximação do que o ciclo reversível através da observação do diagrama PV.

## Bibliografia

---

- Aulas teóricas e protocolo do Professor Figueirinhas;
- *Termodinâmica e Mecânica Estatística*, Apontamentos da disciplina de Termodinâmica e Estrutura da Matéria do Professor Orfeu Bertolami;
- *Termodinâmica*, Enrico Fermi;
- [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org) (Imagens da introdução)

Cálculo da potência teórica exercida pelo fluido segundo um modelo mais aproximado do Motor de Stirling utilizado:

Usando o *Mathematica*:

$$V_{\min}:=170*10^{(-6)}$$

$$V_{\max}:=310*10^{(-6)}$$

$$P_{\text{atm}}:=1*10^5$$

Ensaio 1:

$$T_{q1}:=597.15$$

$$T_{f1}:=297.05$$

$$V1[s\_]:=V_{\min}+(V_{\max}-V_{\min})*(\text{Cos}[s]+1)/2$$

$$V11[s\_]:=V_{\max}*V_{\min}*(1-\text{Sin}[s])/(V_{\min}+V_{\max})$$

$$P1[s\_]:= (P_{\text{atm}}*V_{\max}/T_{f1}) T_{f1} T_{q1} / ((V1[s]-V11[s])T_{q1}+V11[s]T_{f1})$$

$$\text{Abs} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} P1[s] * \text{Sin}[s] * (V_{\max} - V_{\min}) / 2 \, ds \right]$$

$$\rightarrow W_{\text{teórico}} = 13,400 \text{ J}$$

Ensaio 2:

$$T_{q2}:=658.15$$

$$T_{f2}:=298.85$$

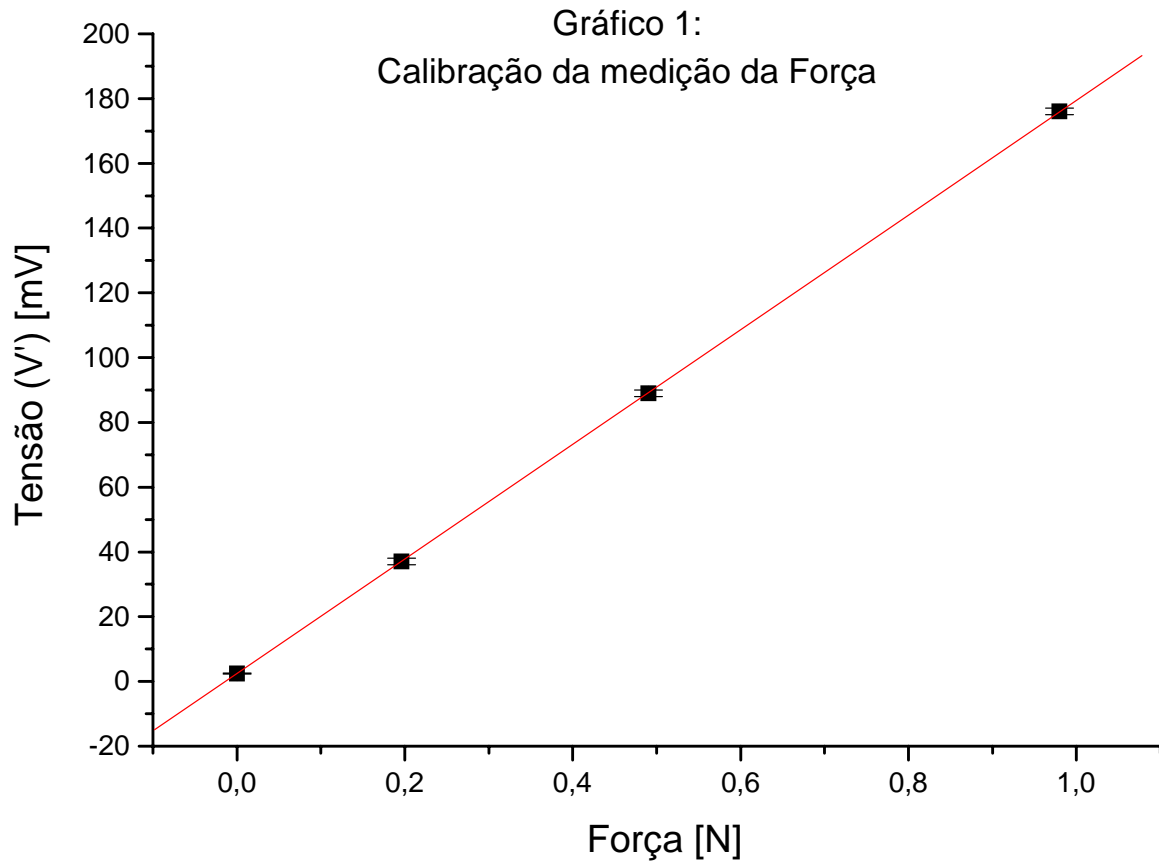
$$V2[s\_]:=V_{\min}+(V_{\max}-V_{\min})*(\text{Cos}[s]+1)/2$$

$$V12[s\_]:=V_{\max}*V_{\min}*(1-\text{Sin}[s])/(V_{\min}+V_{\max})$$

$$P2[s\_]:= (P_{\text{atm}}*V_{\max}/T_{f2}) T_{f2} T_{q2} / ((V2[s]-V12[s])T_{q2}+V12[s]T_{f2})$$

$$\text{Abs} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} P2[s] * \text{Sin}[s] * (V_{\max} - V_{\min}) / 2 \, ds \right]$$

$$\rightarrow W_{\text{teórico}} = 15,781 \text{ J}$$



Regressão Linear para o Gráfico 1:

$$Y = B + A * X$$

Parâmetro	Valor	Erro
B	2,39845	0,01448
A	177,04686	0,132

-----

Gráfico 2 – Diagrama P-V (Ensaio 1)

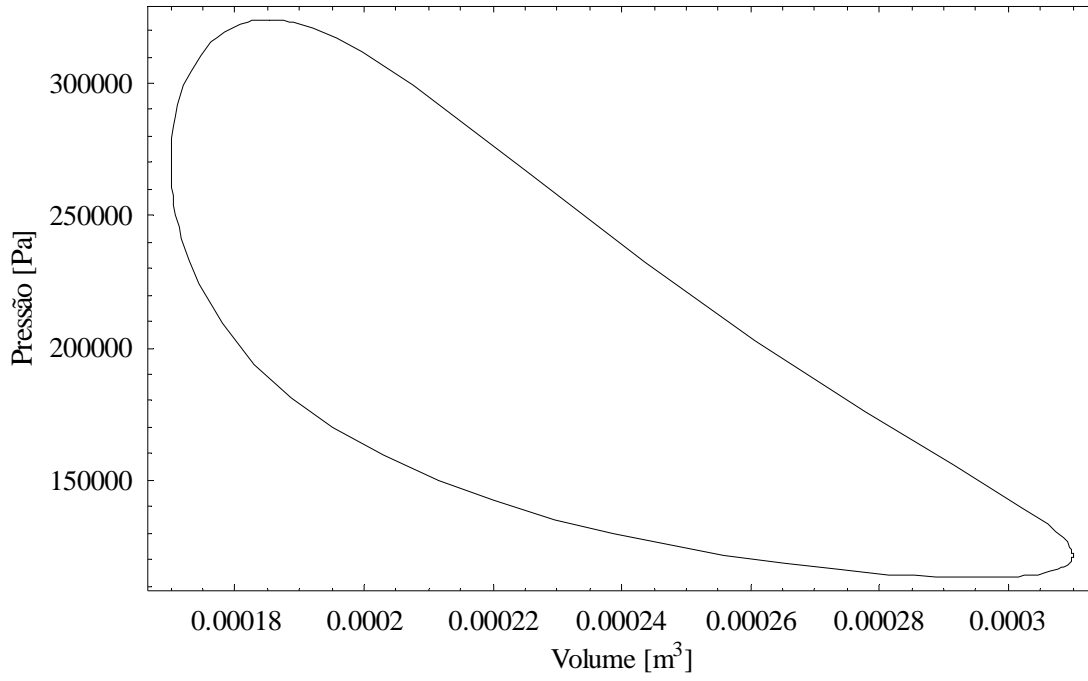
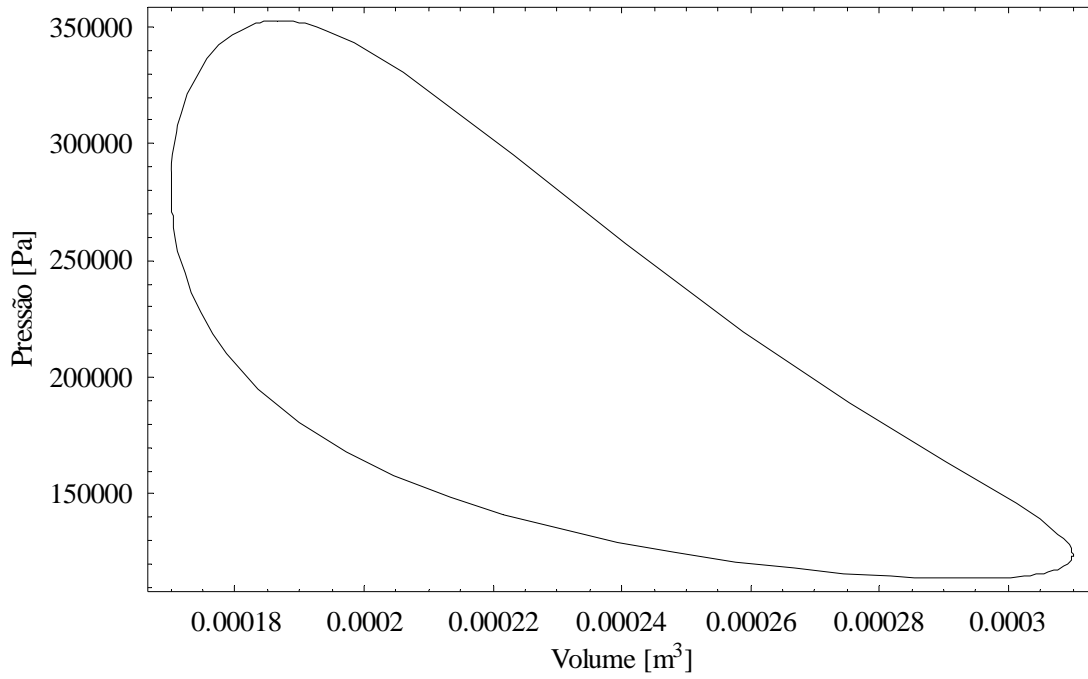


Gráfico 3 – Diagrama P-V (Ensaio 2)



massa (g)	F (N)	V' (mV)	$\epsilon_{V'}$ (V)
0	0	2,4	0,1
20	0,196	37	1
50	0,49	89	1
100	0,98	175	1

Tabela 1 - Calibração do sistema de conversão força-tensão

Ensaio	V (V)	$\epsilon_{V(V)}$	I (A)	$\epsilon_{I(A)}$	V' (mV)	$\epsilon_{V'(mV)}$	T <sub>FQ</sub> (C)	$\epsilon_{TFQ(C)}$	T <sub>FF</sub> (C)	$\epsilon_{TFF(C)}$	$\Delta T$ (C)	$\epsilon_{\Delta T(C)}$	t <sub>caudal</sub> (s)	$\epsilon_{t_{caudal}(s)}$	T <sub>ciclo</sub> (s)	$\epsilon_{T_{ciclo}(s)}$	A(hPa.cm)
1	11,631	0,035	10,69	0,02	61,0	2,0	324	2	23,9	0,2	5,0	0,1	49,6	0,5	0,309	0,002	672
													49,2				
2	13,504	0,029	12,64	0,04	95	1	385	1	25,7	0,2	5,8	0,1	49,3	0,5	0,255	0,002	882
													49,5				

Tabela 2 - Registo das medições da primeira actividade do procedimento para os dois ensaios

Ensaio	V (V)	$\epsilon_{V(V)}$	I (A)	$\epsilon_{I(A)}$	T <sub>FQ</sub> (C)	$\epsilon_{TFQ(C)}$	$\Delta T$ (C)	$\epsilon_{\Delta T(C)}$	t <sub>caudal</sub> (s)	$\epsilon_{t_{caudal}(s)}$	T <sub>ciclo</sub> (s)	$\epsilon_{T_{ciclo}(s)}$	A(hPa.cm)
1	2,248	0,015	2,03	0,02	22	1	1,4	0,1	47,3	1	0,45	0,002	622
									47,5				

Tabela 3 -Registo das medições da segunda actividade

Ensaio	V (V)	$\epsilon_V$ (V)	I (A)	$\epsilon_I$ (A)	$P_T$ (W)	$\epsilon_{PT}$ (W)
1	11,631	0,035	10,69	0,02	124,34	0,607
2	13,504	0,029	12,64	0,04	170,69	0,907

Tabela 4 - Cálculo da potência térmica

Ensaio	V' (mV)	$\epsilon_{V'}$ (mV)	F (N)	$\epsilon_F$ (N)	T <sub>ciclo</sub> (s)	$\epsilon_{T_{ciclo}}$ (s)	f <sub>ciclo</sub> (Hz)	$\epsilon_{f_{ciclo}}$ (Hz)	b (m)	$\epsilon_b$ (m)	P <sub>Mec</sub> (W)	$\epsilon_{PMec}$ (W)
1	61,0	2,0	0,331	0,00225	0,309	0,002	3,24	0,021	0,248	0,001	1,67	0,0289
2	95,0	1,0	0,523	0,00790	0,255	0,002	3,92	0,031			3,20	0,0862

Tabela 5 - Cálculo da potência mecânica

Ensaio	m <sub>H2O</sub> (g)	$\epsilon_{m_{H2O}}$ (g)	t <sub>caudal</sub> (s)	t <sub>caudal médio</sub> (s)	$\epsilon_{t_{caudal}}$ (s)	C (g/s)	$\epsilon_C$ (g/s)	$\Delta T$ (C)	$\epsilon_{\Delta T}$ (C)	P <sub>D</sub> (cal/s)	$\epsilon_{PD}$ (cal/s)	P <sub>D</sub> (W)	$\epsilon_{PD}$ (W)
1	100	2,0	49,6	49,4	1,0	2,02	0,0815	5,0	0,10	10,1	0,610	42,3	2,55
2			49,2									49,4	2,02

Tabela 6 - Cálculo da potência dissipada na fonte fria

Ensaio	A (hPa.cm)	r (m)	W <sub>fluido</sub> (J)	f <sub>ciclo</sub> (Hz)	$\epsilon_{f_{ciclo}}$ (Hz)	P <sub>F</sub> (W)	$\epsilon_{PF}$ (W)
1	672	0,03	1,90	3,24	0,021	6,15	0,040
2	882		2,49	3,92	0,031	9,78	0,077

Tabela 7 - Cálculo da potência do fluido do êmbolo

Ensaio	$W_{teórico}$ (J)	$f_{ciclo}$ (Hz)	$\epsilon_{fciclo}$ (Hz)	$P_{teórica}$ (W)	$\epsilon_{Pteórica}$ (W)
1	13,400	3,24	0,02	43,366	0,281
2	15,781	3,92	0,03	61,886	0,485

Tabela 8 - Cálculo da potência do modelo teórico aproximado

Ensaio	$\eta_{reversível}$ (%)	$\epsilon_{\eta_{reversível}}$ (%)	$\eta_{aprox}$ (%)	$\epsilon_{\eta_{aprox}}$ (%)	$\eta_{real}$ (%)	$\epsilon_{\eta_{real}}$ (%)	$\eta_{melhorado}$ (%)	$\epsilon_{\eta_{melhorado}}$ (%)
1	50,3	0,200	34,878	0,396	1,34	0,02	4,95	0,034
2	54,6	0,099	36,256	0,477	1,87	0,05	5,73	0,048

Tabela 9 - Cálculo dos rendimentos da actividade 1

Ensaio	$P'_{FA}$ (W)	$\epsilon_{P'_{FA}}$ (W)	$P'_{TOTAL}$ (W)	$\epsilon_{P'_{TOTAL}}$ (W)
1	4,48	0,069	80,36	3,184
2	6,58	0,163	118,4	3,814

Tabela 10 - Cálculo das perdas da actividade 1

Ensaio	V (V)	$\epsilon_V$ (V)	I (A)	$\epsilon_I$ (A)	$P_T$ (W)	$\epsilon_{PT}$ (W)
1	2,248	0,015	2,03	0,02	4,563	0,07541

Tabela 11 - Cálculo da potência de refrigeração

Ensaio	$m_{H_2O}$ (g)	$\epsilon m_{H_2O}$ (g)	$t_{caudal}$ (s)	$t_{caudal\ médio}$ (s)	$\epsilon t_{caudal}$ (s)	C (g/s)	$\epsilon C$ (g/s)	$\Delta T$ (C)	$\epsilon_{\Delta T}$ (C)	$P_D$ (cal/s)	$\epsilon_{PD}$ (cal/s)	$P_D$ (W)	$\epsilon_{PD}$ (W)
1	100	2,0	47,3	47,4	1,0	2,11	0,087	1,4	0,1	2,95	0,332	12,3	1,39
			47,5										

Tabela 12 - Cálculo da potência dissipada na fonte fria

Ensaio	A (hPa.cm)	r (m)	$W_{fluido}$ (J)	$T_{ciclo}$ (s)	$\epsilon_{Tciclo}$ (s)	$f_{ciclo}$ (Hz)	$\epsilon_{fciclo}$ (Hz)	$P_F$ (W)	$\epsilon_{PF}$ (W)
1	622	0,03	1,76	0,45	0,002	2,22	0,010	3,91	0,017

Tabela 13 - Cálculo da potência do fluido do êmbolo

Ensaio	$P_{MOTOR}$ (W)	$\epsilon_{PMOTOR}$ (W)	eff	$\epsilon_{eff}$
1	9,44	0,13	1,31	0,166

Tabela 14 - Cálculo da eficiência da bomba de calor