

Relatório de Física Experimental III
2004/2005

Engenharia Física Tecnológica

ESTUDO DO CONDENSADOR

Trabalho realizado por:
Ricardo Figueira, nº53755;
André Cunha, nº53757
Tiago Marques, nº53775

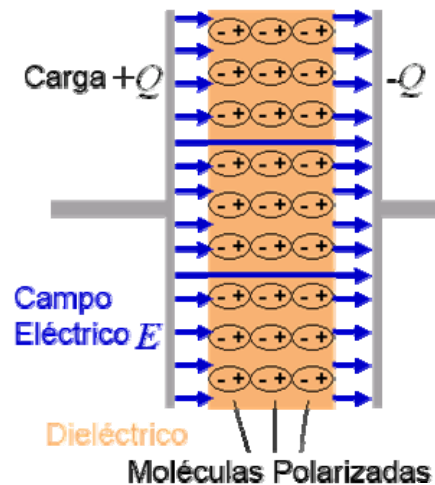
Grupo 1; 3ªfeira 16-20h

Lisboa, 14 de Maio de 2005

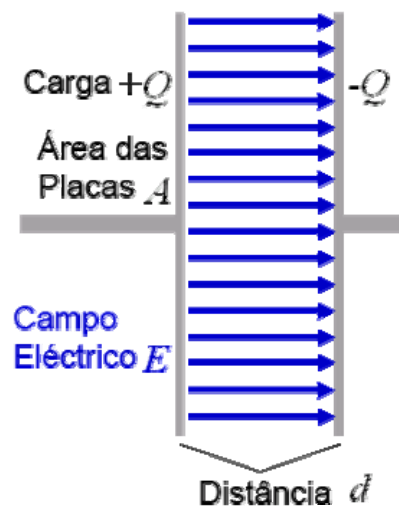
Neste trabalho pretende-se estudar o comportamento de um **condensador** através de várias facetas do seu funcionamento.

Antes de se prosseguir com a exposição teórica deste trabalho experimental é importante referir o que é um **condensador**. De forma simplificada um **condensador** é um dispositivo que armazena energia no campo eléctrico criado entre um par de condutores polarizados com iguais cargas de sinal oposto.

O *design* típico consiste em dois eléctrodos ou placas, cada um deles com carga oposta. Estas duas placas são separadas por um **dielétrico** (um material não condutor). A carga é armazenada à superfície das placas na fronteira com o **dielétrico**.



Por uma questão de simplificação, assume-se que as placas e os fios são condutores ideais, que o **dielétrico** é um isolador perfeito, que todas as linhas de campo que saem de uma placa vão para a outra não existindo qualquer campo electromagnético exterior.



Desta forma, nas condições supracitadas as placas ficam carregadas com cargas iguais e opostas e como tal a diferença de potencial entre os terminais do **condensador** é igual à diferença de potencial entre as placas.

A **capacidade** de um condensador, isto é, a medida da diferença de potencial V_C que aparece entre as placas para uma dada carga Q é dada por:

$$C = \frac{Q}{V_c}.$$

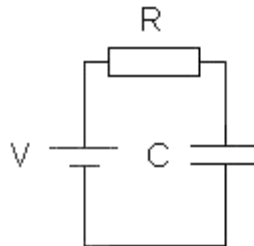
Através da relação entre a equação anterior com:

$$I = \frac{dQ}{dt},$$

Obtém-se a **lei de funcionamento de funcionamento de um condensador**:

$$I_c = C \cdot \frac{dV_c}{dT}.$$

Redireccionando agora a atenção para a componente mais experimental do trabalho, vai-se começar por estudar o ciclo de **carga e descarga de um condensador** através da análise da sua relação com diferentes parâmetros do circuito RC (análogo à figura seguinte).



Numa segunda fase proceder-se-á ao estudo de um condensador real (elemento capacitivo em paralelo com uma resistência) onde se vai analisar o **dielétrico** homogéneo e isótropo através do observação da variação com a frequência da constante do dielétrico do condensador.

Começando-se por abordar a primeira fase do trabalho experimental, tendo em conta a configuração da montagem proposta, é necessário analisar o circuito RC diferenciando os dois processos.

Para o processo de **descarga de um condensador** num circuito RC submetido a uma tensão constante nula, utilizando as **leis de Kirchoff**, a já referida **lei de funcionamento do condensador** bem como a **lei de funcionamento de uma resistência** obtém-se a equação diferencial que traduz a evolução da tensão V_C aos terminais do condensador:

$$\begin{cases} C \frac{dV_c}{dt} = -\frac{V_c}{R}, \\ V_c(0) = V_0 \end{cases}$$

cuja solução vai ser dada por:

$$V_c(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C = \tau}}.$$

Estabelece-se desta forma que o denominador do expoente $R \cdot C$ é a **constante de tempo do circuito**.

Esta constante traduz o tempo que o condensador demora a atingir 37% da sua carga inicial.

Por fim para se obter a **constante de tempo** calcula-se o logaritmo de $V_c(t)$ obtendo-se assim:

$$\ln V_c(t) = \ln V_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} = \ln V_0 - \frac{t}{R \cdot C} \Rightarrow \ln V_c = \ln V_0 - \frac{t}{R \cdot C}.$$

Desta forma, a constante de tempo é dada pelo inverso do declive da recta de $\ln V_c$ em função do tempo.

Quanto ao balanço energético do processo, pode ser descrito pelas seguintes relações:

$$I = -\frac{dQ}{dt} = -C \frac{dV_c}{dt} = CV \frac{e^{-\frac{t}{RC}}}{RC},$$

$$W_c = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2,$$

$$W_r = \int_0^{\infty} RI^2 dt = \int_0^{\infty} R \left(\frac{V}{R} \right)^2 e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{V^2}{R} \left(-\frac{RC}{2} e^{-\frac{2t}{RC}} \right) \Bigg|_0^{\infty} = \frac{V^2 C}{2}.$$

Daqui se pode concluir que a energia armazenada no condensador é totalmente dissipada pela resistência.

Para o processo de **carga de um condensador** num circuito RC submetido a uma tensão constante V , utilizando as **leis de Kirchoff**, a já referida **lei de funcionamento do condensador** bem como a **lei de funcionamento de uma resistência** obtém-se a equação diferencial que traduz a evolução da tensão V_c aos terminais do condensador:

$$\begin{cases} C \frac{dV_c}{dt} = \frac{V - V_c}{R}, \\ V_c(0) = V_0 \end{cases}$$

cuja solução vai ser dada por:

$$V_c(t) = V(1 - e^{-\frac{t}{RC}}).$$

Estabelece-se desta forma que o denominador do expoente $R \cdot C$ é a **constante de tempo do circuito**.

Esta constante traduz o tempo que o condensador demora a atingir 37% da sua carga inicial.

Por fim para se obter a **constante de tempo** calcula-se o logaritmo de $V_c(t)$ obtendo-se assim:

$$\ln[V - V_c(t)] = \ln\left[V \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right] = \ln V - \frac{t}{R \cdot C}.$$

Desta forma, a constante de tempo é dada pelo inverso do declive da recta de $\ln V_c$ em função do tempo.

Quanto ao balanço energético do processo, pode ser descrito pelas seguintes relações:

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV_c}{dt} = \frac{CV}{RC} e^{-\frac{t}{RC}},$$

$$W = \int_0^{\infty} VI dt = \frac{V^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{RC}} dt = \frac{V^2}{R} \left(-e^{-\frac{t}{RC}} RC \right) \Big|_0^{\infty} = V^2 C,$$

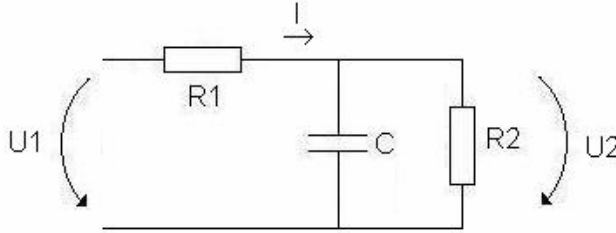
$$W_c = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2,$$

$$W_r = \int_0^{\infty} RI^2 dt = \int_0^{\infty} R \left(\frac{QV}{RQ} \right)^2 e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{V^2}{R} \left(-\frac{RC}{2} e^{-\frac{2t}{RC}} \right) \Big|_0^{\infty} = \frac{V^2 C}{2},$$

$$W_c = W_r = \frac{1}{2} CV^2.$$

Daqui se conclui que a energia fornecida pela fonte de tensão é igualmente distribuída pelo condensador e pela resistência presentes no circuito RC.

Na segunda actividade considerar-se-á o condensador em questão como um condensador em paralelo com uma resistência (responsável pelas perdas deste). Assim sendo circuito RC série vem então como indicado pela seguinte figura.



A introdução da resistência em paralelo com o condensador vai alterar o comportamento do circuito funcionando como um divisor de corrente. Em notação complexa, segue que:

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \overline{U2} \cdot \left(\frac{1}{R2} + j \cdot \omega \cdot C \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\bar{I}}{U2} &= \frac{1}{R2} + j \cdot \omega \cdot C \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left| \frac{\bar{I}}{U2} \right|^2 &= \left(\frac{1}{R2} \right)^2 + \omega^2 \cdot C^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{I_{ef}^2}{U2_{ef}^2} &= \left(\frac{1}{R2} \right)^2 + \omega^2 \cdot C^2 \end{aligned}$$

Para se obter o I_{ef} basta verificar que, pela lei das malhas:

$$I = \frac{U1 - U2}{R1};$$

e pela definição de valor eficaz:

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T I^2 \cdot dt;$$

onde T representa o período da onda.

Segue que:

$$\begin{aligned} I_{ef}^2 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{U1^2 + U2^2 - 2 \cdot U1 \cdot U2}{R1^2} \cdot dt \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow I_{ef}^2 &= \frac{1}{R1} \cdot \left\{ \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U1^2 \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U2^2 \cdot dt - 2 \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U1 \cdot U2 \cdot dt \right\} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow I_{ef}^2 &= \frac{1}{R1} \cdot \left\{ U1_{ef}^2 + U2_{ef}^2 - 2 \cdot \langle U1 \cdot U2 \rangle \right\} \end{aligned}$$

Para se calcular o valor da resistência associada às perdas do condensador, calcula-se previamente a potência dissipada nesta. Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_2 \cdot I \cdot dt \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow P &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_2 \cdot \frac{U_1 - U_2}{R_1} \cdot dt \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow P &= \frac{1}{R_1} \cdot \left\{ \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_1 \cdot U_2 \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_2^2 \cdot dt \right\} \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow P &= \frac{1}{R_1} \cdot \left\{ \langle U_1 \cdot U_2 \rangle - U_{2_{ef}}^2 \right\}
\end{aligned}$$

Comparando com o valor obtido a partir de R2, é possível obter este:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_2 \cdot I \cdot dt \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow P &= \frac{U_{2_{ef}}^2}{R_2} \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow R_2 &= \frac{U_{2_{ef}}^2}{P}
\end{aligned}$$

Com R2 é possível obter o valor da capacidade do condensador:

$$\begin{aligned}
\frac{I_{ef}^2}{U_{2_{ef}}^2} &= \left(\frac{1}{R_2} \right)^2 + \omega^2 \cdot C^2 \Leftrightarrow \\
C &= \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{I_{ef}^2}{U_{2_{ef}}^2} - \left(\frac{1}{R_2} \right)^2}
\end{aligned}$$

Pelas leis de Kirchoff e o teorema de Gauss a intensidade de corrente é dada por:

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_r \cdot A}{d} j\omega\bar{V} - \frac{\varepsilon_i \cdot A}{d} \omega\bar{V}.$$

Desta forma a permitividade eléctrica do dieléctrico é dada nas componentes imaginária e real respectivamente por:

$$\varepsilon_r = \frac{Cd}{A} \quad \text{e} \quad \varepsilon_i = -\frac{d}{R_2\omega A}.$$

Como os dois resultados anteriores podem corresponder respectivamente a um real e a um imaginário puro, a permitividade complexa do dieléctrico pode ser escrita na forma:

$$\varepsilon = \varepsilon_r + j \cdot \varepsilon_i.$$

Material utilizado

- Fonte de tensão contínua;
- Condensador de capacidade variável;
- Sistema de aquisição de dados (cassy interface);
- Computador;
- Resistência variável;
- Multímetro.

Procedimento Experimental

Inicialmente, montou-se o circuito como indicado na Figura 1, assegurando que o mesmo se encontrava ligado ao sistema de aquisição de dados.

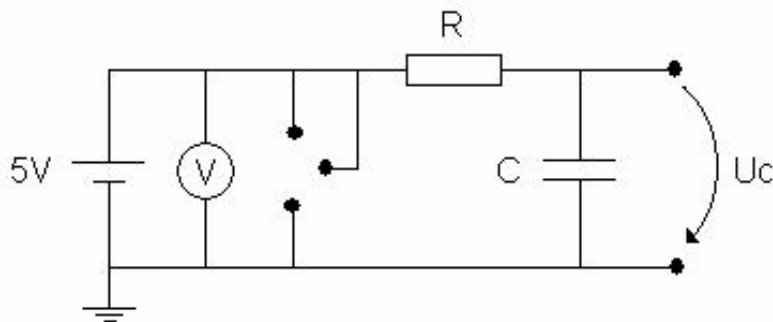


Figura 1: Esquema do circuito da primeira actividade

Regulou-se a capacidade do condensador (**C**) para $1 \mu\text{F}$ e a resistência (**R**) para $20 \text{ k}\Omega$ e as ligações no interruptor foram feitas de forma a permitir o estudo da descarga do condensador. A tensão de carga do circuito era assegurada por uma fonte de tensão contínua que devolvia 5 V à saída desta. Executou-se o programa *Ix*, escolheu-se a opção *oscilloscope* e iniciou-se a recolha de dados.

Observou-se assim o gráfico da tensão aos terminais do condensador (U_C) em função do tempo, sendo visível a descarga deste (Gráficos 1 a 5). Alterou-se a representação do gráfico, seleccionando-se para as ordenadas o logarítmo de U_C (Gráficos 6 a 10). Fez-se uma regressão linear dos dados, obtendo-se o declive (**m**) desta. Alterou-se de novo a representação, seleccionando-se desta vez o quadrado da tensão no condensador para as ordenadas (Gráficos 11 a 15). Calculou-se numericamente o integral de U_C^2 de $t=0$ a $t=\infty$. Fez-se a recolha do valor de U_C no instante $t=0$ indicado na tabela de dados. Repetiram-se todos estes passos para vários valores de carga ($R=30 \text{ K}\Omega$, $40 \text{ K}\Omega$, $50 \text{ K}\Omega$, $60 \text{ K}\Omega$). Preencheu-se a Tabela 1 com os dados obtidos.

De novo para $R=20 \text{ K}\Omega$, fizeram-se as ligações no interruptor por forma a estudar a carga do condensador. No modo *oscilloscope*, observou-se a tensão

no condensador em função do tempo, sendo visível a curva da carga deste (Gráficos 16 a 20). De seguida, na tabela de dados, retirou-se o valor de U_C no infinito, equivalente à tensão do condensador após ter estabilizado num valor. Alterou-se a representação gráfica, seleccionando-se $\ln(U_C(t=\infty)-U_C(t))$ para as ordenadas e executou-se uma regressão linear dos dados (Gráficos 21 a 25), retirando-se o valor do declive (m') desta. Repetiu-se para os mesmos valores da resistência usados durante o estudo da descarga do condensador. De novo, introduziram-se os valores na Tabela 2.

Análise de Resultados

Começou-se por calcular o valor teórico da constante de tempo (τ):

$$\tau = R \cdot C;$$

$$\varepsilon_\tau = R \cdot \varepsilon_C + C \cdot \varepsilon_R.$$

Calcularam-se os inversos dos declives das regressões lineares (m e m') e compararam-se estes valores com o valor teórico da constante de tempo (Tabela 3).

$$\text{inv}(m) = \frac{1}{m};$$

$$\varepsilon_{\text{inv}(m)} = \left| \frac{1}{m^2} \right| \cdot \varepsilon_m.$$

Representaram-se os inversos dos declives das regressões lineares (m e m') em função do valor de R (Gráficos 39 e 40). De seguida, determinaram-se os declives de dependência linear (D e D') e comparou-se esse valor com a capacidade do condensador (Tabela 4).

Calculou-se o valor da energia armazenada no condensador no início do processo de descarga, através de:

$$W_C = C \cdot \frac{U_C(0)^2}{2};$$

$$\varepsilon_{W_C} = |C \cdot U_C(0)| \cdot \varepsilon_{U_C} + \left| \frac{U_C(0)^2}{2} \right| \cdot \varepsilon_C.$$

Ainda, se estimou a energia dissipada na resistência durante o processo de descarga:

$$W_R = \frac{\int_0^\infty U_C^2 \cdot dt}{R};$$

$$\varepsilon_{W_R} = \left| \frac{1}{R} \right| \cdot \varepsilon_{\int U_C^2} + \left| \frac{\int_0^\infty U_C^2 \cdot dt}{R^2} \right| \cdot \varepsilon_R.$$

Comparam-se estes valores, preenchendo-se a Tabela 5.

Material utilizado

- Gerador de funções;
- Condensador de placas paralelas;
- Sistema de aquisição de dados (osciloscópio digital)
- Personal Computer (PC);
- Resistência variável;
- Resistência de fio bobinado;
- Multímetro.

Procedimento Experimental

Montou-se o circuito da Figura 2, onde **R1** é uma resistência variável de 0 a 1,1 MΩ e **C** é um condensador de placas paralelas com um dielétrico constituído por um filme polimérico com uma certa espessura (**d**). **R2** é uma resistência que representa as perdas no condensador (resistência interna).

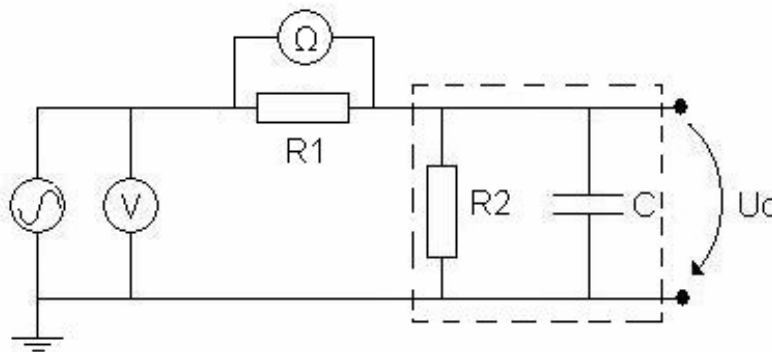


Figura 2: Esquema do circuito da segunda actividade

Ajustou-se o gerador de sinais por forma a fornecer uma tensão alternada sinusoidal (**U**) com uma frequência (**f**) de 200 Hz e amplitude máxima (**V_{máx}**) 1V (equivalente a 2 V pico a pico). De seguida, foi-se regulando o valor de R1, de modo a que a amplitude máxima de **U_C** fosse 0,5V. Mediu-se R1 no multímetro digital e guardou-se num ficheiro de nome *dados.dat* a variação temporal de **U** e **U_C**. Com o programa de análise *Cygwin* obtiveram-se os valores eficazes de **U** (**U_{1ef}**), **U_C** (**U_{2ef}**) e o valor médio do produto das duas ondas (**<U₁.U₂>**). Repetiu-se este procedimento para vários valores de frequência da tensão (**f**=500 Hz, 1 KHz, 2 KHz, 5 KHz, 10 KHz, 20 KHz, 50 KHz, 100 KHz, 1 MHz, 2 MHz, 5 MHz e 10 MHz) preenchendo-se a Tabela 6 com os valores obtidos.

Análise dos Resultados

Com os valores obtidos, começou-se por calcular o valor da corrente eficaz do circuito usando a seguinte relação:

$$I_{ef} = \frac{1}{R_1} \cdot \sqrt{(U_{1ef}^2 + U_{2ef}^2 - 2 \cdot \langle U_1 \cdot U_2 \rangle)};$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{I_{ef}} = & \left| \frac{1}{R_1^2} \cdot \sqrt{(U_{1ef}^2 + U_{2ef}^2 - 2 \cdot \langle U_1 \cdot U_2 \rangle)} \right| \cdot \varepsilon_{R_1} + \left| \frac{U_1}{R_1 \cdot \sqrt{(U_{1ef}^2 + U_{2ef}^2 - 2 \cdot \langle U_1 \cdot U_2 \rangle)}} \right| \cdot \varepsilon_{U_{1ef}} + \\ & + \left| \frac{U_2}{R_1 \cdot \sqrt{(U_{1ef}^2 + U_{2ef}^2 - 2 \cdot \langle U_1 \cdot U_2 \rangle)}} \right| \cdot \varepsilon_{U_{2ef}} + \left| \frac{1}{R_1 \cdot \sqrt{(U_{1ef}^2 + U_{2ef}^2 - 2 \cdot \langle U_1 \cdot U_2 \rangle)}} \right| \cdot \varepsilon_{\langle U_1 \cdot U_2 \rangle}. \end{aligned}$$

De seguida, estimou-se o valor para a potência do circuito (**P**):

$$P = \frac{1}{R_1} \cdot (\langle U_1 \cdot U_2 \rangle - U_{2ef}^2);$$

$$\varepsilon_P = \left| \frac{1}{R_1^2} \cdot (\langle U_1 \cdot U_2 \rangle - U_{2ef}^2) \right| \cdot \varepsilon_{R_1} + \left| \frac{2 \cdot U_{2ef}}{R_1} \right| \cdot \varepsilon_{U_{2ef}} + \left| \frac{1}{R_1} \right| \cdot \varepsilon_{\langle U_1 \cdot U_2 \rangle}.$$

Preencheu-se a Tabela 7 com a determinação destas duas grandezas.

Com o valor da Potência calculou-se a resistência interna do condensador (**R₂**):

$$R_2 = \frac{U_{2ef}^2}{P};$$

$$\varepsilon_{R_2} = \left| \frac{2 \cdot U_{2ef}}{P} \right| \cdot \varepsilon_{U_{2ef}} + \left| \frac{U_{2ef}^2}{P^2} \right| \cdot \varepsilon_P.$$

Finalmente, obteve-se o valor da carga do condensador (**C**) (Tabela 8):

$$C = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{\left(\frac{I_{ef}}{U_{2ef}} \right)^2 - \frac{1}{R_2^2}};$$

$$\varepsilon_c = \left| \frac{1}{\omega^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{I_{ef}}{U_{2ef}}\right)^2 - \frac{1}{R_2^2}} \right| \cdot \varepsilon_\omega + \left| \frac{I_{ef}^2}{\omega \cdot U_{2ef}^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{I_{ef}}{U_{2ef}}\right)^2 - \frac{1}{R_2^2}}} \right| \cdot \varepsilon_{U_{2ef}} +$$

$$+ \left| \frac{I_{ef}}{\omega \cdot U_{2ef}^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{I_{ef}}{U_{2ef}}\right)^2 - \frac{1}{R_2^2}}} \right| \cdot \varepsilon_{I_{ef}} + \left| \frac{1}{\omega \cdot R_2^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{I_{ef}}{U_{2ef}}\right)^2 - \frac{1}{R_2^2}}} \right| \cdot \varepsilon_R$$

Onde ω é a frequência angular que é dada por $2 \cdot \pi \cdot f$.

Representou-se graficamente o valor de R_2 e de C em função dos logaritmos das frequências (Gráficos 41 e 42).

Ainda se foi calcular os valores reais e imaginários da permitividade eléctrica do dieléctrico do condensador por largura do dieléctrico. Assim, a parte real vem dada por:

$$\frac{\varepsilon_r}{d} = \frac{C}{S};$$

$$\varepsilon_{\frac{\varepsilon_r}{d}} = \left| \frac{1}{S} \right| \cdot \varepsilon_C + \left| \frac{C}{S^2} \right| \cdot \varepsilon_S.$$

E a parte imaginária:

$$\frac{\varepsilon_I}{d} = - \frac{1}{R_2 \cdot \omega \cdot S};$$

$$\varepsilon_{\frac{\varepsilon_I}{d}} = \left| \frac{1}{S^2 \cdot R_2 \cdot \omega} \right| \cdot \varepsilon_S + \left| \frac{1}{S \cdot R_2^2 \cdot \omega} \right| \cdot \varepsilon_{R2} + \left| \frac{1}{S \cdot R_2 \cdot \omega^2} \right| \cdot \varepsilon_\omega$$

Onde d é a espessura do dieléctrico e S a sua superfície.

Por último, calculou-se o factor de perdas (**Tan(δ)**) da seguinte relação:

$$\text{Tan}(\delta) = \frac{\varepsilon_I}{\varepsilon_R};$$

$$\varepsilon_{\text{Tan}(\delta)} = \left| \frac{1}{\varepsilon_R} \right| \cdot \varepsilon_{\varepsilon_I} + \left| \frac{\varepsilon_I}{\varepsilon_R^2} \right| \cdot \varepsilon_{\varepsilon_R}$$

Novamente voltou-se a representar graficamente estas grandezas em função dos logaritmos das frequências (Gráficos 43 a 45) .

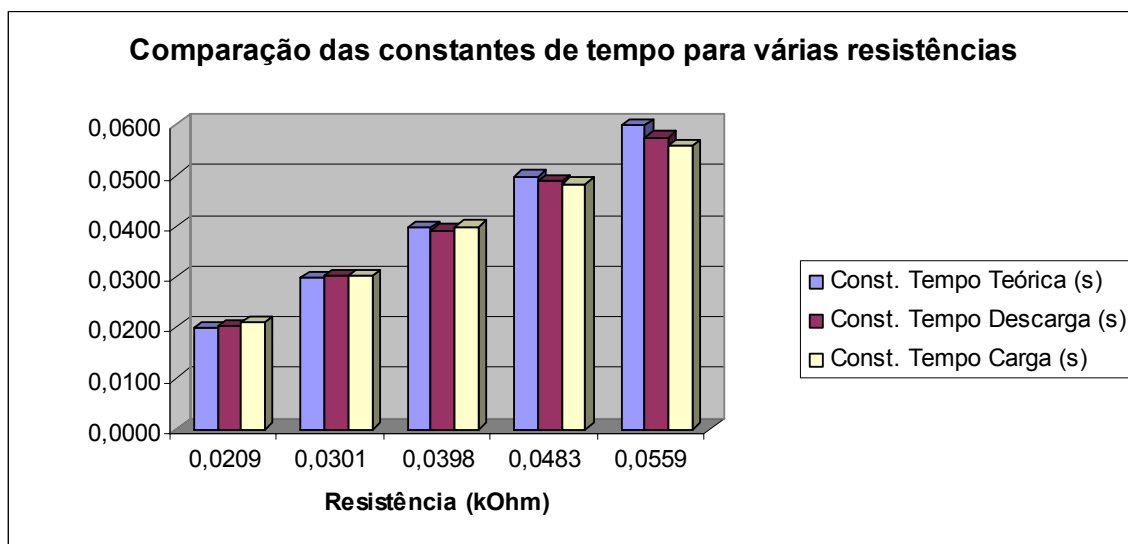
Por último representou-se a parte imaginária da permitividade eléctrica do dieléctrico em função da parte real, também conhecido por diagrama Cole-Cole (Gráfico 46) .

Discussão de Resultados

A primeira actividade da experiência tinha três objectivos:

- Comparar o valor da constante de tempo (τ) calculada teoricamente com a obtida graficamente através do estudo da carga e descarga do condensador;
- Comparar a capacidade do condensador dada pelo fabricante com as obtidas experimentalmente;
- Comparar a energia armazenada inicialmente no condensador com a dissipada na resistência durante o processo de descarga.

Quanto às constantes de tempo, com os valores da Tabela 3 foi possível obter o seguinte gráfico de barras:



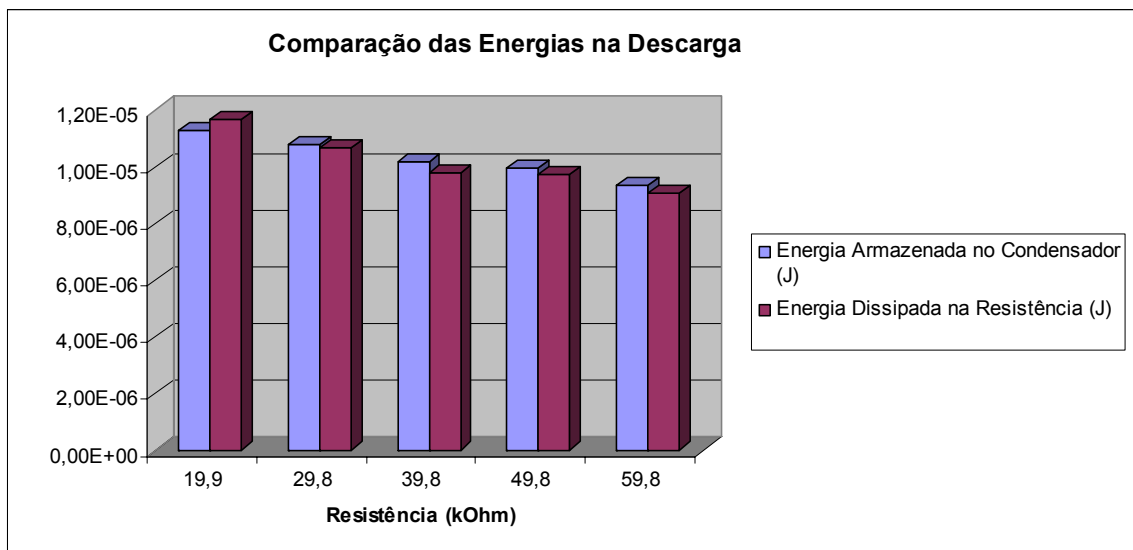
De uma forma geral, constatou-se que o valor teórico era o que mais se afastava, embora ele cubrisse os outros dois com a barra de erro. Tal, deve-se ao facto do valor dado pelo fabricante não corresponder à capacidade real do condensador. Por isso, considerou-se 10% de tolerância para este valor. Os valores obtidos durante a descarga e a carga do condensador, são muito próximos (desvios inferiores a 3%) sendo mesmo iguais no caso da resistência de 30 K Ω . Embora esta proximidade de resultados, eles não se cobrem mutuamente pela margem de erro, à excepção do caso em que são idênticos, uma vez que o seu erro associado é muito pequeno. Isso deve-se a ter-se considerado como erro dos declives (m e m') a precisão do computador (última casa decimal) não se entrando em consideração com os erros inerentes ao processo de aquisição de dados. O erro real da determinação dos declives é portanto bastante superior o que faria com que os valores das constantes de tempo se cobrissem mutuamente. As medições tornam-se piores quando os valores são muito baixos devido ao cálculo do logaritmo da tensão. Tal facto pode ser observado nos respectivos gráficos. Para o cálculo dos declives não foram levadas em conta estas últimas medições.

Em relação à capacidade do condensador, obteve-se para o processo de descarga (D) $9,47 \times 10^{-7} \pm 1,05 \times 10^{-8}$ F (desvio à precisão de 1,1%) e para o processo de carga (D') $9,15 \times 10^{-7} \pm 1,74 \times 10^{-8}$ F (desvio à precisão de 1,9%). Estes valores estão dentro do esperado se admitirmos uma tolerância de 10% relativamente ao valor indicado no condensador utilizado, tal como considerado anteriormente. Observa-se ainda que as capacidades calculadas nas duas situações, embora sejam muito próximas, desvio entre elas de 3,5%, os valores de erro associados não cobrem esta variação. Esta situação fica-se a dever, novamente, a uma estimativa do erro de m e m' muito abaixo do efectivo.

Paralelamente, o cálculo de D e D' são ainda influenciados pelo facto de se contemplar apenas a resistência imposta no circuito, desprezando a resistência interna do próprio condensador, bem como, a dos próprios cabos de ligação do circuito e da fonte de tensão.

A proximidade de D e D' revela que a aquisição de dados foi feita durante tempo suficiente para garantir que se tinha procedido a uma carga/descarga tão completa quanto possível, isto é, o tempo de amostragem foi superior às constantes de tempo do condensador para cada resistência.

Para comparar os valores de energia armazenada inicialmente no condensador e dissipada na resistência durante a descarga fez-se o seguinte gráfico de barras a partir da Tabela 5.



Observa-se que para todos os valores de resistência os valores das energias são muito próximos, cobrindo-se, inclusivé, pelas barras de erro experimental. Foi, então, possível confirmar a conservação de energia no circuito. É ainda importante referir que caso os valores fossem diferentes, seria de esperar que a energia dissipada na resistência fosse menor que a armazenada inicialmente no condensador uma vez que o integral do gráfico $Uc^2(t)$ não é calculado até ao infinito. Tal facto é verificado para todos os valores de resistência excepto para o

primeiro onde o rendimento do circuito é superior a 100%. Este resultado atribui-se a possíveis erros no sistema de aquisição de dados.

A segunda actividade tinha como objectivos a determinação da resistência interna do condensador, a capacidade deste, as componentes real e imaginária do seu dieléctrico, bem como o factor de perdas. Pretendia-se ainda estudar a variação destas grandezas com a frequência do sinal.

Em relação às resistências, verificou-se que os últimos três valores obtidos eram negativos. Tal situação é fisicamente impossível, ficando-se a dever a erros nas medições. Como se pode constatar pelos gráficos 37 e 38, as frequências mais elevadas com que trabalhamos estão muito além da precisão permitida pelo osciloscópio utilizado. Ainda é importante referir que a carga utilizada em R1 tinha de ser muito baixa, para estas frequências, não sendo, por isso, usada a resistência variável original. Em sua vez, utilizou-se uma resistência de fio bobinado o que foi perturbar ainda mais o circuito, uma vez que introduz um termo indutivo. Por estes motivos decidimos não considerar estes últimos valores para os gráficos das outras grandezas.

Observou-se que para baixos valores de frequência, a resistência interna do condensador era muito elevada (para $f = 200$ Hz a resistência era $1,013 \times 10^6 \pm 2,310 \times 10^3 \Omega$) aproximando-se o condensador de um ideal, uma vez que a resistência interna de um condensador ideal é infinita. À medida que se aumentou a frequência do sinal, a resistência interna diminuiu (Gráfico 41) tendendo para zero quando a frequência ia para infinito. Isto leva-nos a concluir que o condensador em questão tem um comportamento muito mau para frequência muito elevadas uma vez que com a diminuição da resistência interna aumentam as perdas do condensador.

Quanto à determinação da capacidade do condensador, obteve-se um valor médio de $6,962 \times 10^{-10} \pm 0,321 \times 10^{-10}$ F (desvio à precisão de 4,61%). É importante referir que não se entrou em consideração com os últimos valores, os mesmos que correspondiam a resistências internas negativas, uma vez que estes se encontravam numa ordem de grandeza diferente. Do gráfico da sua variação com o logaritmo da frequência (Gráfico 42), constatou-se que o seu valor manteve-se aproximadamente constante, salvo algumas oscilações que se ficaram a dever a erros experimentais na aquisição de dados. Verificou-se ainda que, a existir variação, esta aparentava ser um gradual decréscimo da capacidade do condensador com o aumento da frequência.

No que toca à permitividade eléctrica do dieléctrico, a componente real tem uma variação em todo idêntica à da capacidade do condensador (Gráfico 43), uma vez que são grandezas directamente proporcionais. Assim, constatou-se que este valor foi aproximadamente constante para as várias frequências operadas. O seu valor médio foi de $1,934 \times 10^{-07} \pm 0,089 \times 10^{-07}$ (desvio à precisão de 4,6%). Não foi possível comparar o valor de ϵ do dieléctrico com o de nenhum outro meio conhecido, uma vez que na realidade determinou-se ϵ/d .

A parte imaginária da permitividade eléctrica do dieléctrico apresentou um comportamento completamente distinto da real, como pode ser observado no Gráfico 44 - o valor é negativo, tal como esperado, e vai diminuindo em módulo

com o aumento da frequência. Esta relação está de acordo com o esperado uma vez que o módulo da componente imaginária da permitividade eléctrica do dieléctrico é inversamente proporcional à frequência angular.

Quanto ao factor de perdas, regista-se um aumento gradual deste, da mesma forma que acontece para a componente imaginária da permitividade eléctrica do dieléctrico. Tal fica-se a dever à forma como este factor de perdas é calculado,

isto é, $Tan(\delta) = \frac{\epsilon_I}{\epsilon_R}$, em que a componente ϵ_R é, como já foi afirmado,

aproximadamente constante. Este aumento da perdas seria de esperar, uma vez que, como se observou, o valor da resistência interna do condensador vai diminuindo, afastando-se do modelo ideal.

Do diagrama Cole-Cole não foi possível confirmar nenhum resultado teórico. A curva obtida não mostra nenhuma relação aparente entre as duas componentes da permitividade eléctrica do dieléctrico. Tal facto, fica-se a dever à falta de precisão dos aparelhos e do método utilizado.

Conclusões

De uma forma geral os resultados obtidos foram satisfatórios sendo possível confirmar alguns dos resultados teóricos pretendidos.

Na primeira actividade obtiveram-se resultados muito próximos nos diferentes ensaios o que mostra a elevada precisão do sistema de aquisição de dados. No entanto, existem erros inerentes a estas medições que não podem ser desprezados de forma a interpretar correctamente os resultados obtidos.

Foi, então, possível estudar o comportamento de um circuito RC série próximo do ideal durante o processo de carga e descarga do condensador.

Na segunda actividade estudou-se um condensador de placas paralelas, determinando-se a sua capacidade e resistência interna. Os valores obtidos tinham uma precisão relativa bastante inferior à da primeira actividade. No entanto, foi possível verificar a variação de ambas as grandezas com as frequências operadas. Quanto ao estudo das componentes da permitividade eléctrica revelou-se impossível fazer um juízo aprofundado dos resultados e conseqüente comparação com os modelos teóricos. Conclui-se então que o método utilizado não é o mais indicado para o estudo em questão. Para colmatar esta deficiência poder-se-ia fazer um estudo estatístico (número elevado de medições para cada condição) eliminando-se assim parte dos erros experimentais. Tal estudo seria impossível de ser realizado no período da aula.

Como fontes de erro é importante destacar as seguintes:

- Precisão dos aparelhos de medição (multímetros e osciloscópio) sobretudo para elevadas frequências;
- Existência de elementos resistivos ao longo do circuito não considerados (fonte de alimentação, cabos de ligação, aparelhos de medida);
- Existência de elementos indutivos (resistência de fio bobinado) e capacitivos (cabos coaxiais) ao longo do circuito;
- Erros nas leituras dos próprios instrumentos;
- Erros de cálculo numérico;
- Valores reais diferentes dos dados pelo fabricante (Condensador variável utilizado na primeira actividade).

Bibliografia

- Aulas teóricas e protocolo do Professor Figueirinhas;
- www.wikipedia.org

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

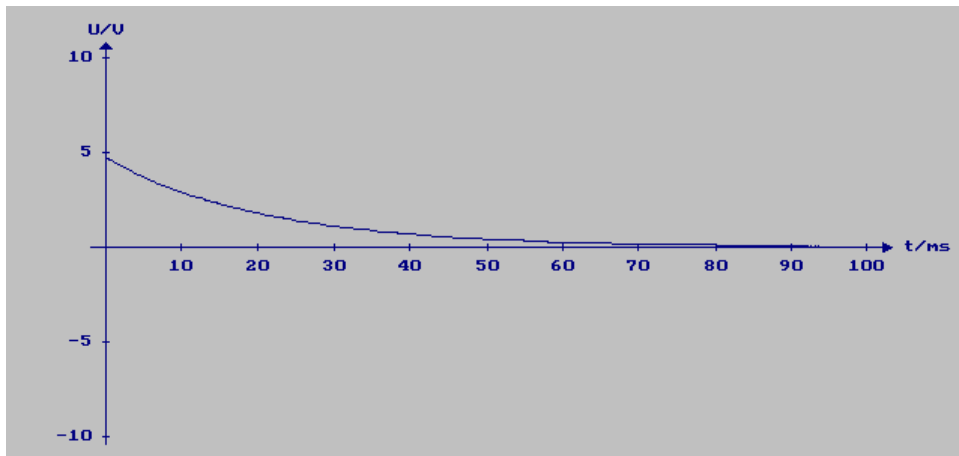


Gráfico 1: Descarga do Condensador com $R = 20\text{ K}\Omega$

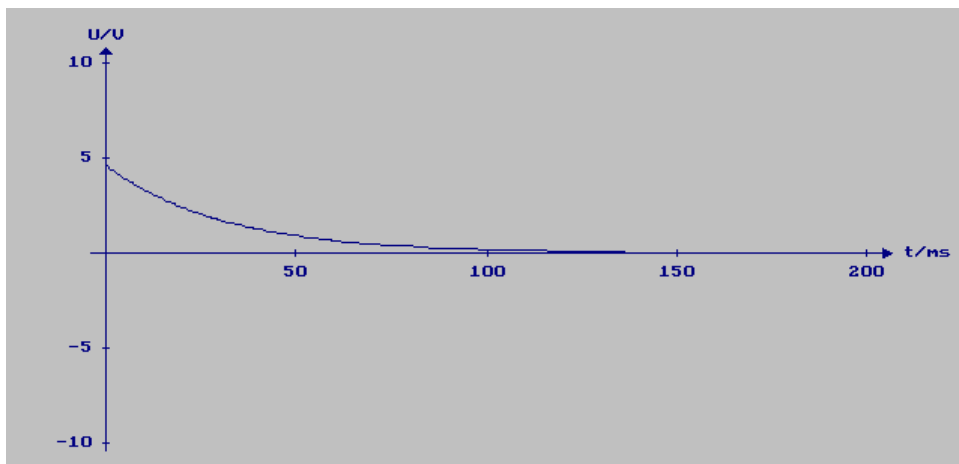


Gráfico 2: Descarga do Condensador com $R = 30\text{ K}\Omega$

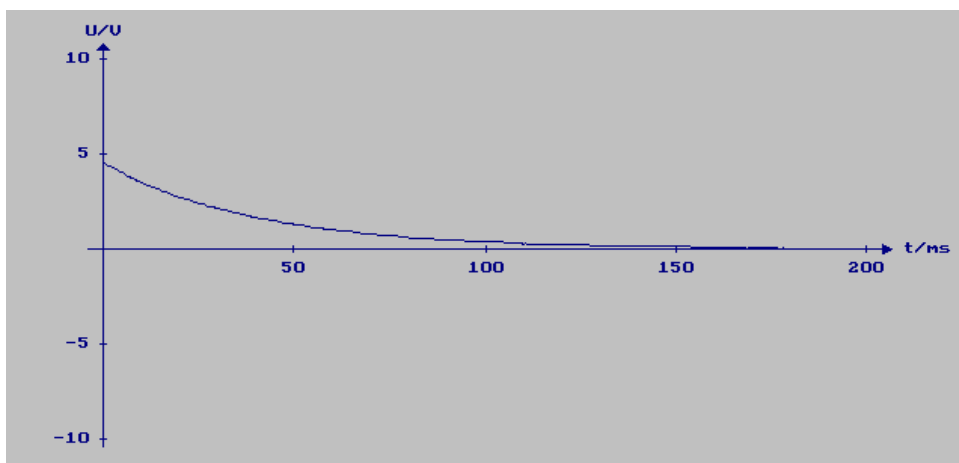


Gráfico 3: Descarga do Condensador com $R = 40\text{ K}\Omega$

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

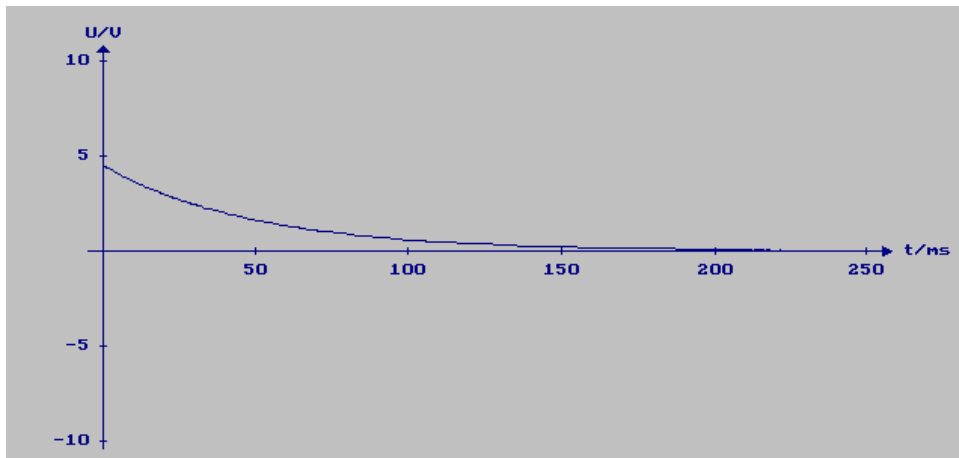


Gráfico 4: Descarga do Condensador com $R = 50 \text{ K}\Omega$

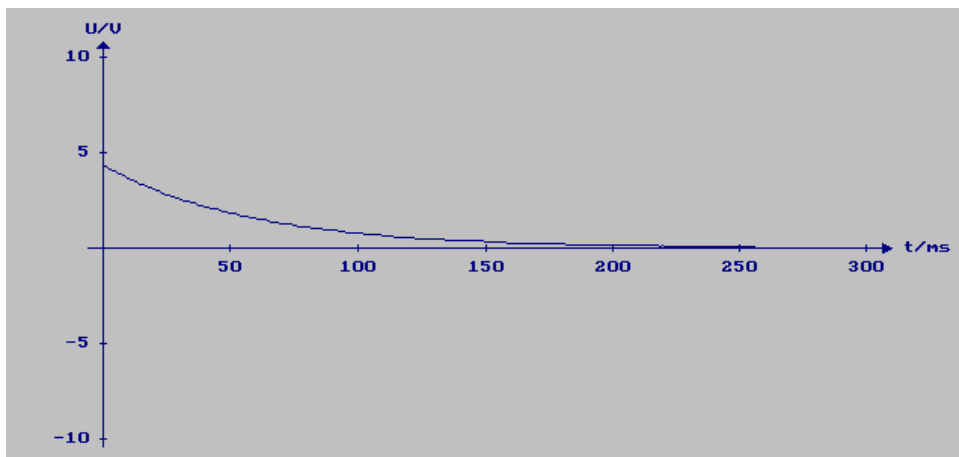


Gráfico 5: Descarga do Condensador com $R = 60 \text{ K}\Omega$

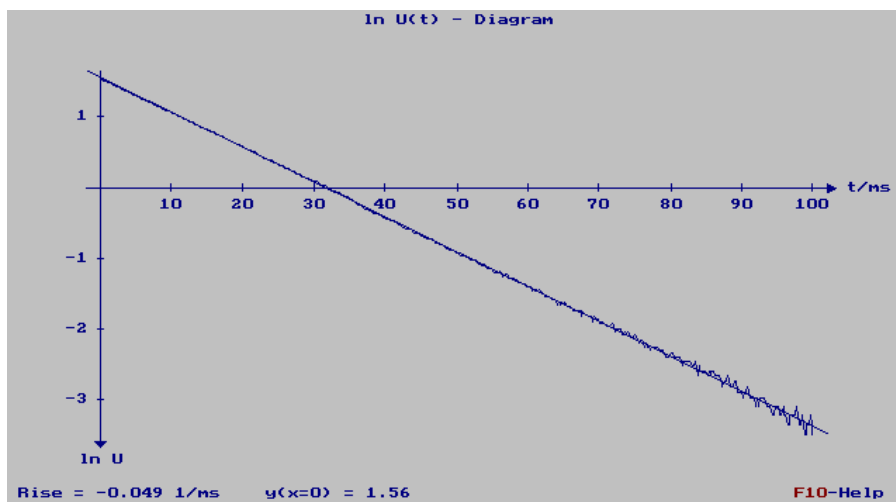


Gráfico 6: Regressão linear do logaritmo de U_C ($R = 20 \text{ K}\Omega$)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

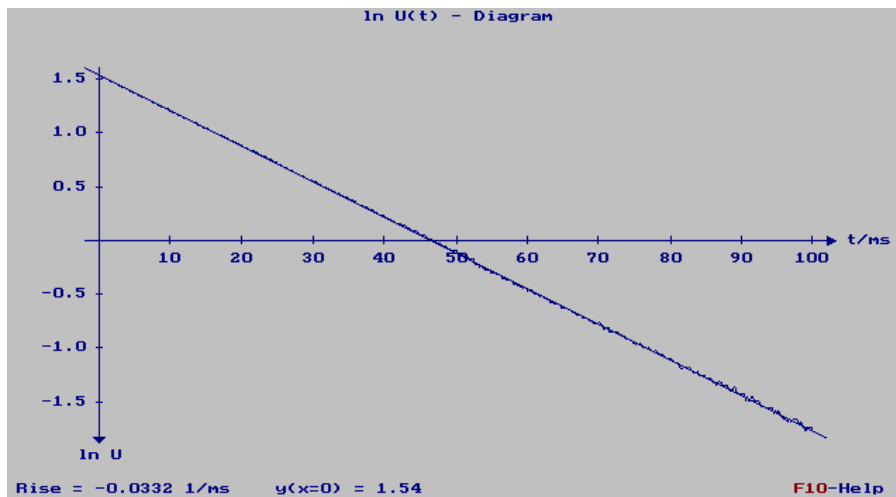


Gráfico 7: Regressão linear do logaritmo de U_C ($R = 30 \text{ K}\Omega$)

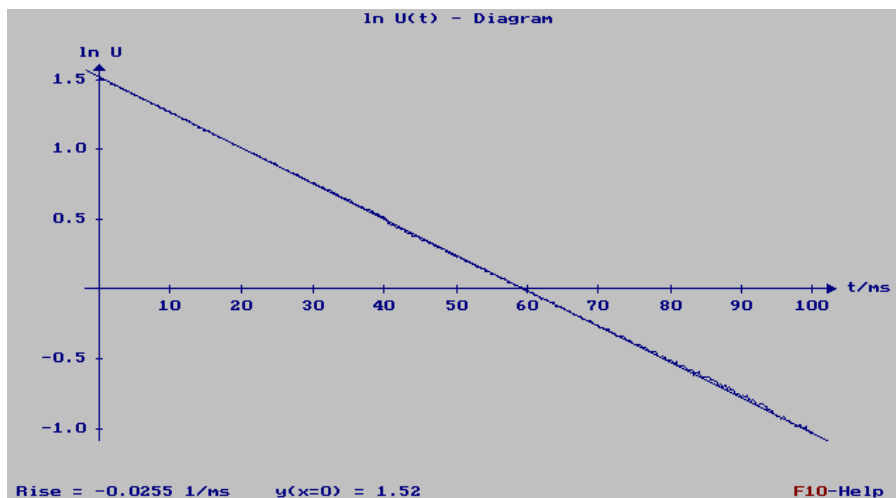


Gráfico 8: Regressão linear do logaritmo de U_C ($R = 40 \text{ K}\Omega$)

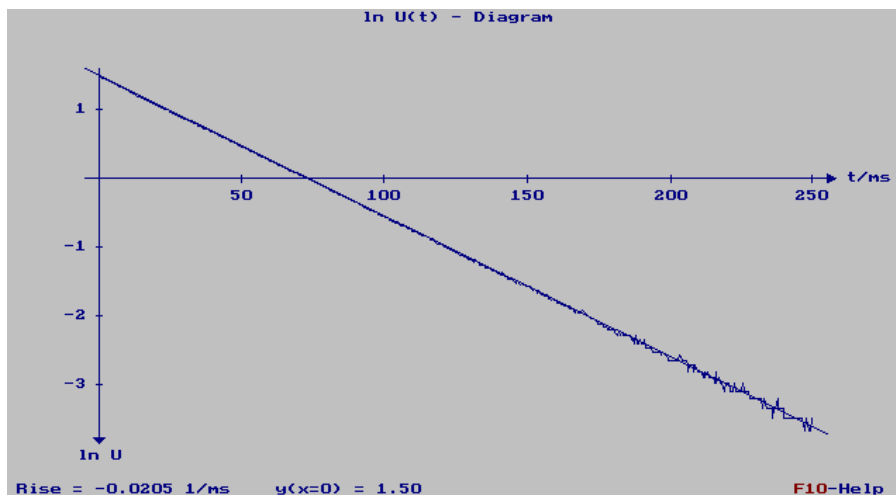


Gráfico 9: Regressão linear do logaritmo de U_C ($R = 50 \text{ K}\Omega$)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

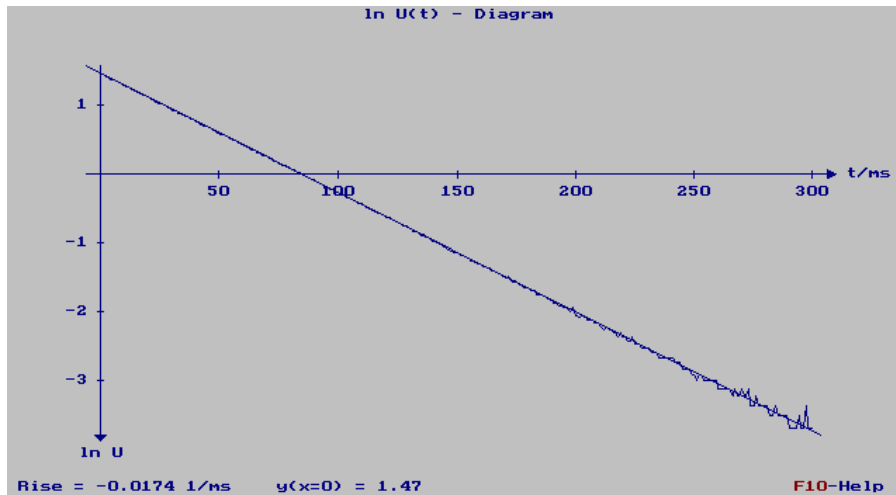


Gráfico 10: Regressão linear do logaritmo de U_C ($R = 60 \text{ K}\Omega$)

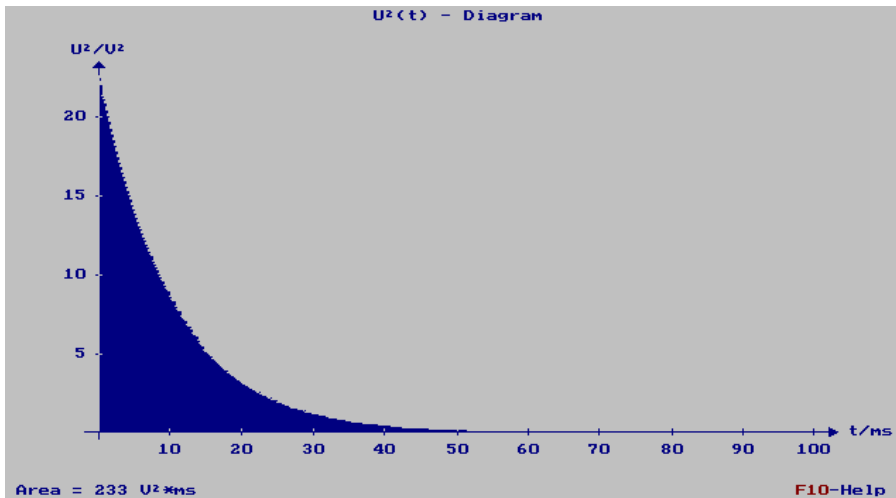


Gráfico 11: Integração numérica de U_C^2 ($R = 20 \text{ K}\Omega$)

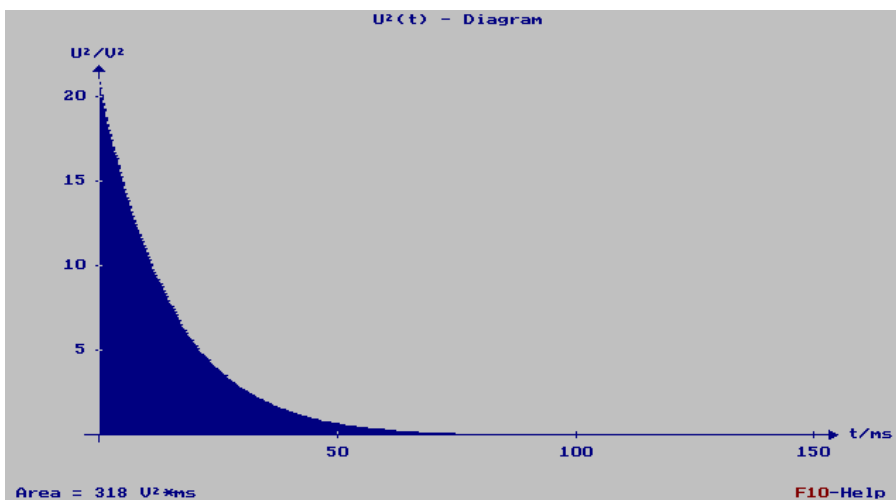


Gráfico 12: Integração numérica de U_C^2 ($R = 30 \text{ K}\Omega$)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

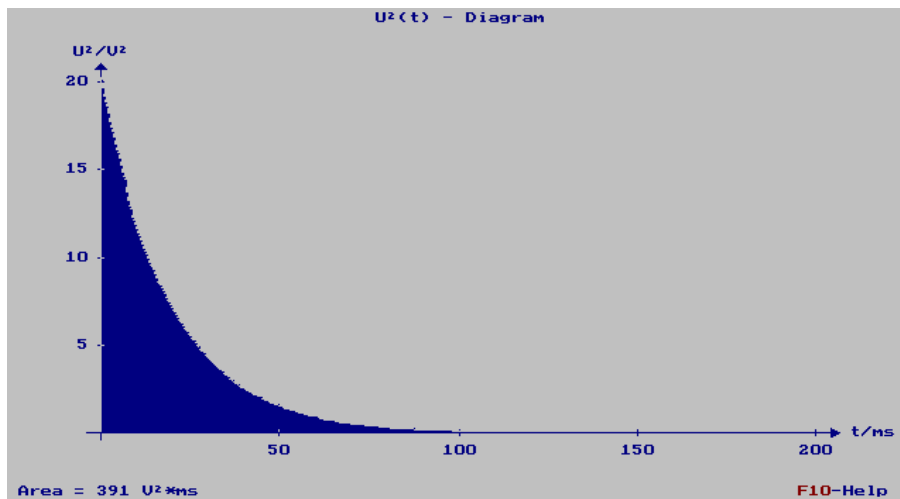


Gráfico 13: Integração numérica de U_C^2 ($R = 40 \text{ K}\Omega$)

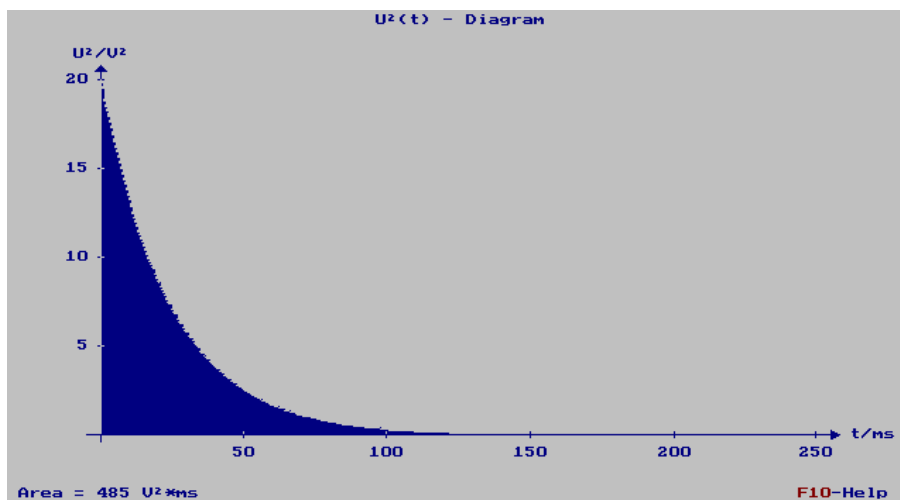


Gráfico 14: Integração numérica de U_C^2 ($R = 50 \text{ K}\Omega$)

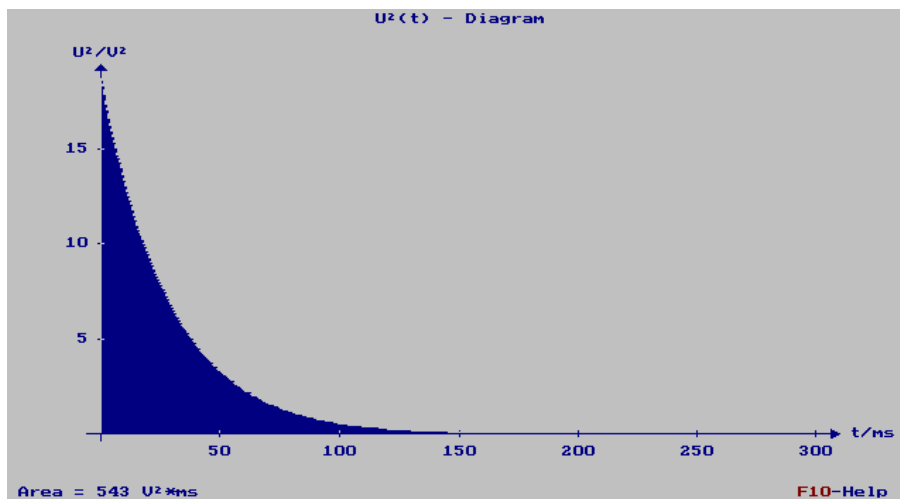


Gráfico 15: Integração numérica de U_C^2 ($R = 60 \text{ K}\Omega$)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

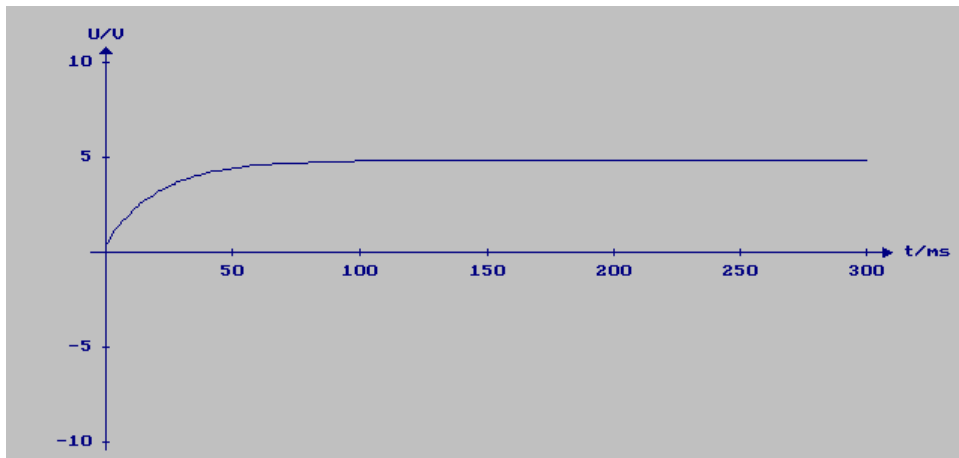


Gráfico 16: Carga do Condensador ($R = 20 \text{ K}\Omega$)

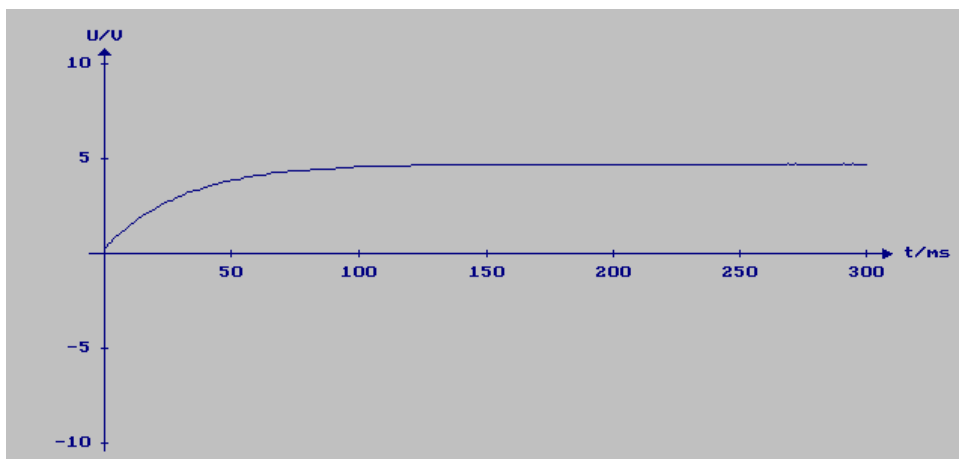


Gráfico 17: Carga do Condensador ($R = 30 \text{ K}\Omega$)

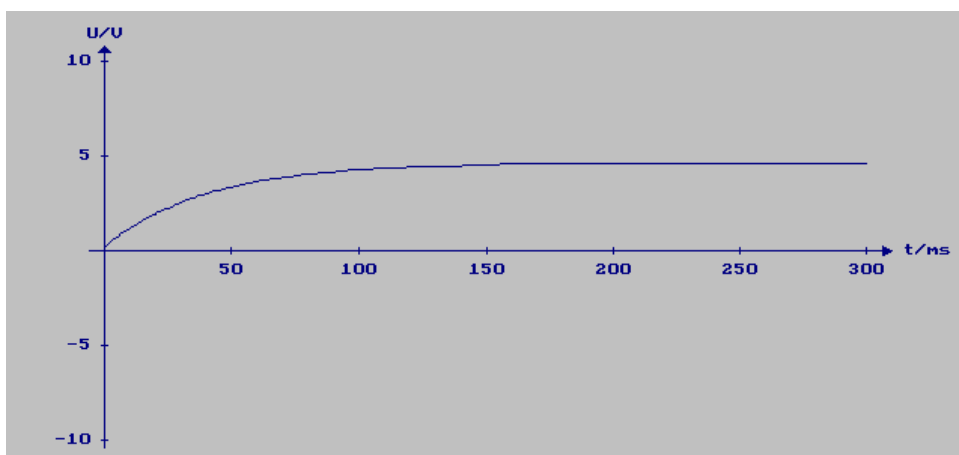


Gráfico 18: Carga do Condensador ($R = 40 \text{ K}\Omega$)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

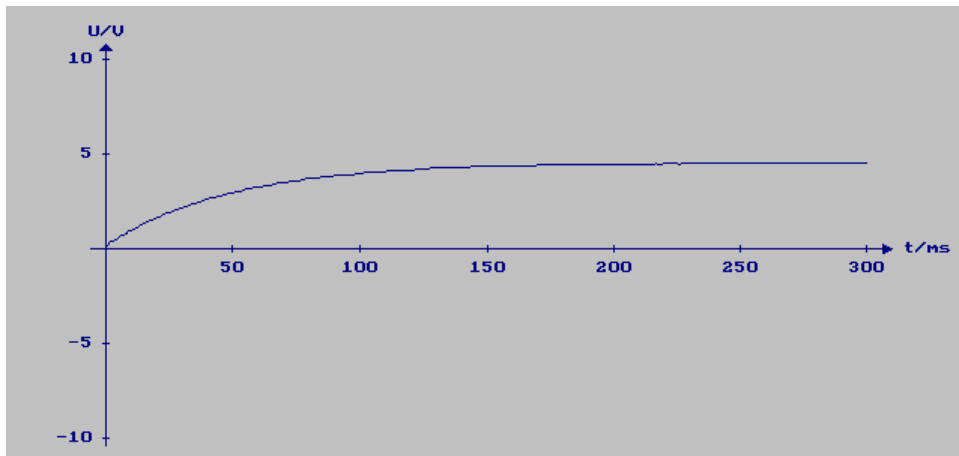


Gráfico 19: Carga do Condensador ($R = 50 \text{ K}\Omega$)

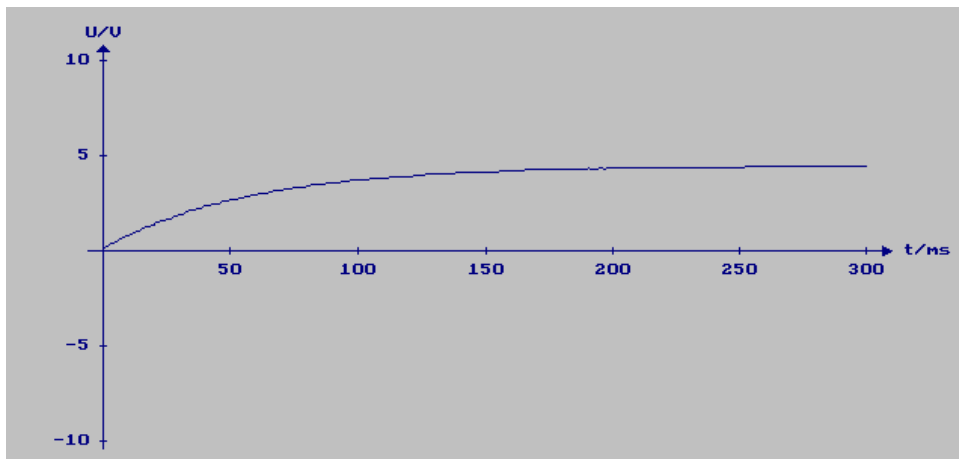


Gráfico 20: Carga do Condensador ($R = 60 \text{ K}\Omega$)

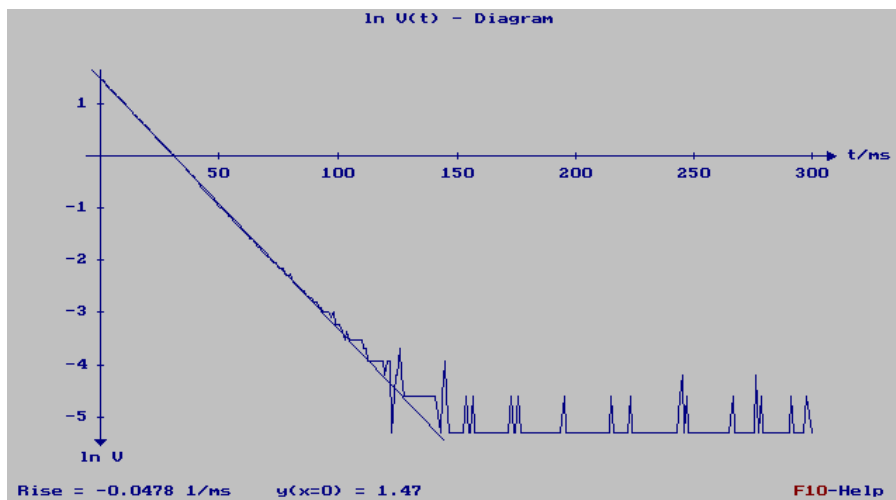


Gráfico 21: Regressão linear do logaritmo de $U_C(\infty) - U_C$ ($R = 20 \text{ K}\Omega$)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

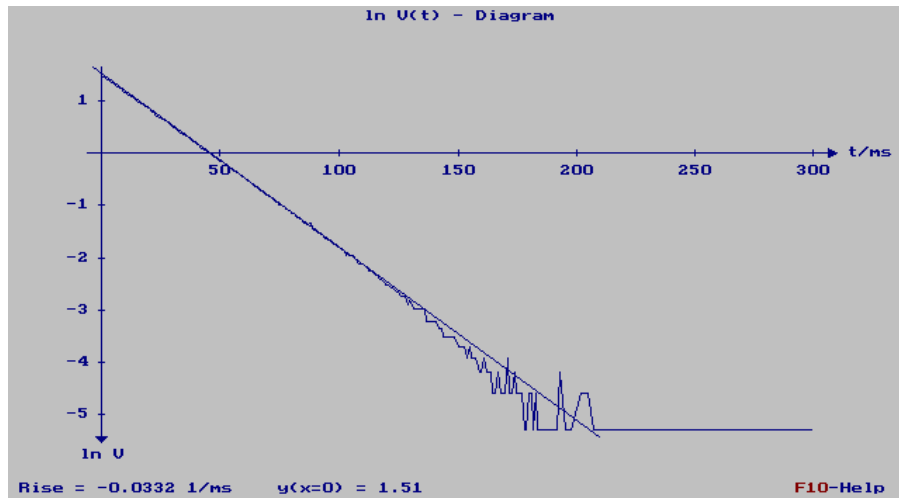


Gráfico 22: Regressão linear do logaritmo de $U_C(\infty) - U_C$ ($R = 30 \text{ K}\Omega$)

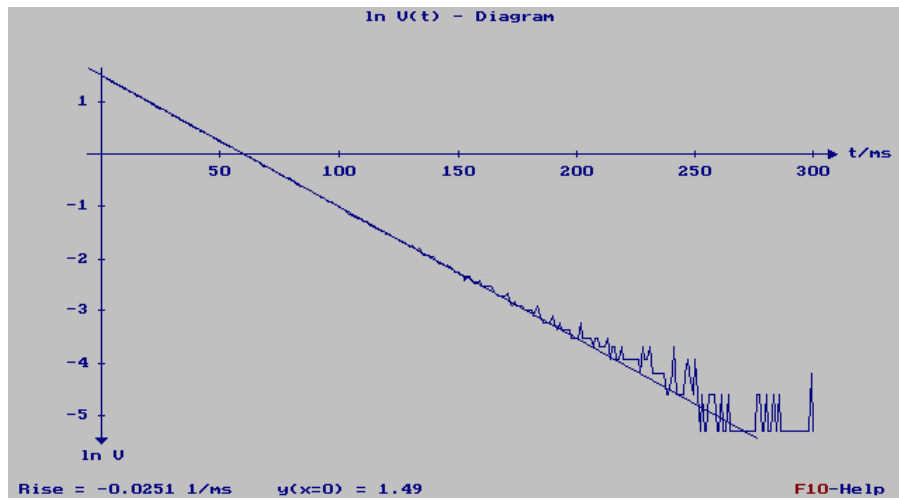


Gráfico 23: Regressão linear do logaritmo de $U_C(\infty) - U_C$ ($R = 40 \text{ K}\Omega$)

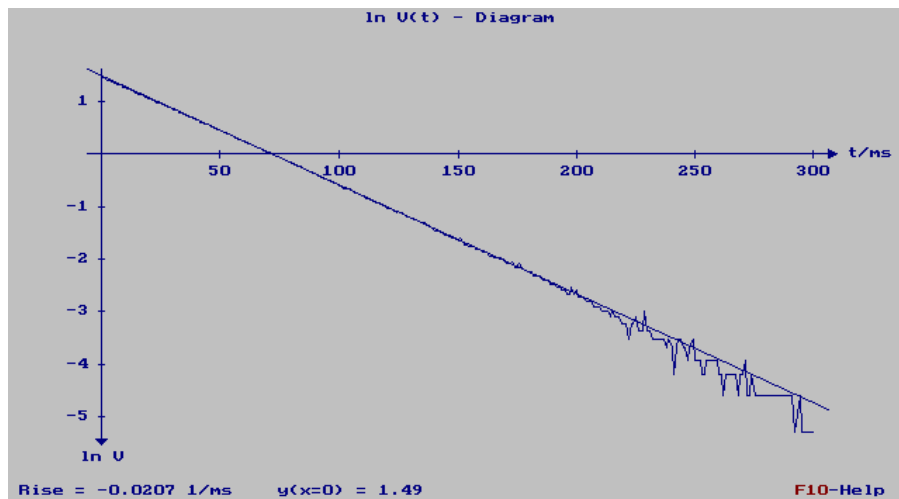
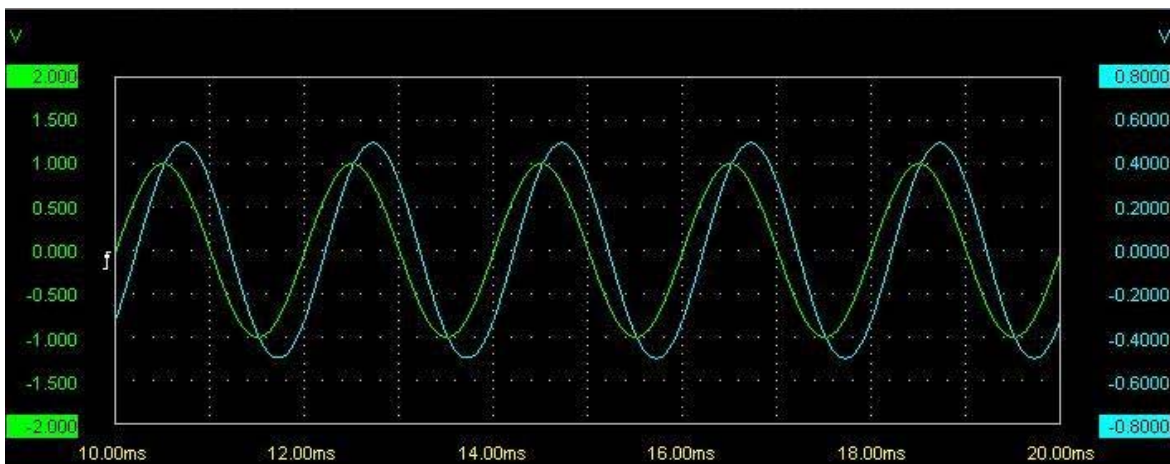
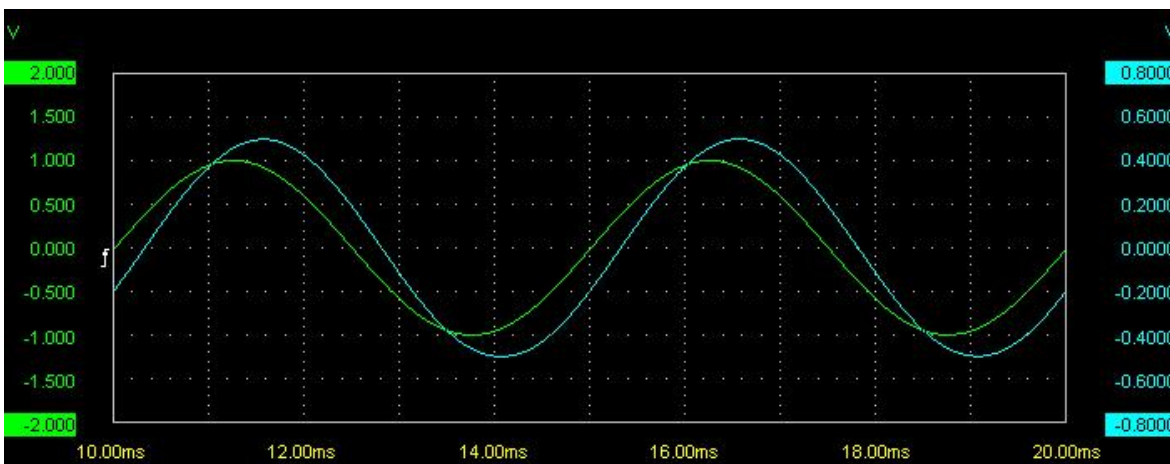
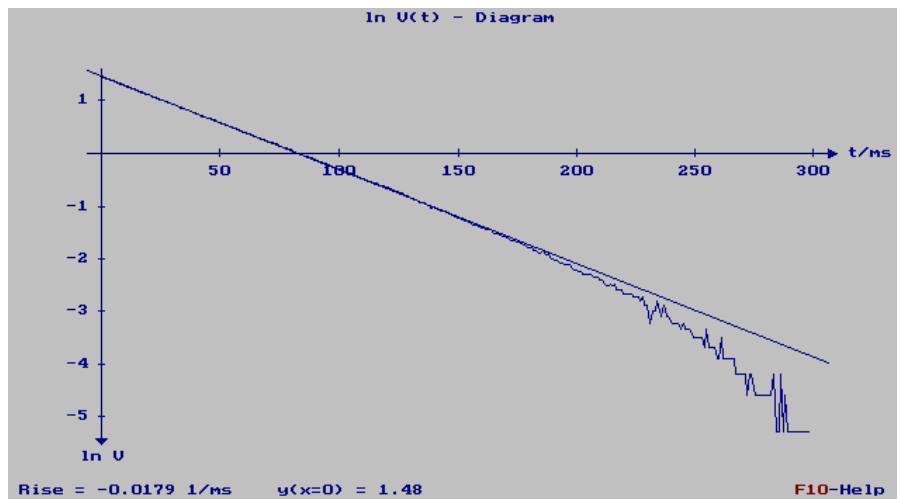


Gráfico 24: Regressão linear do logaritmo de $U_C(\infty) - U_C$ ($R = 50 \text{ K}\Omega$)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais



Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

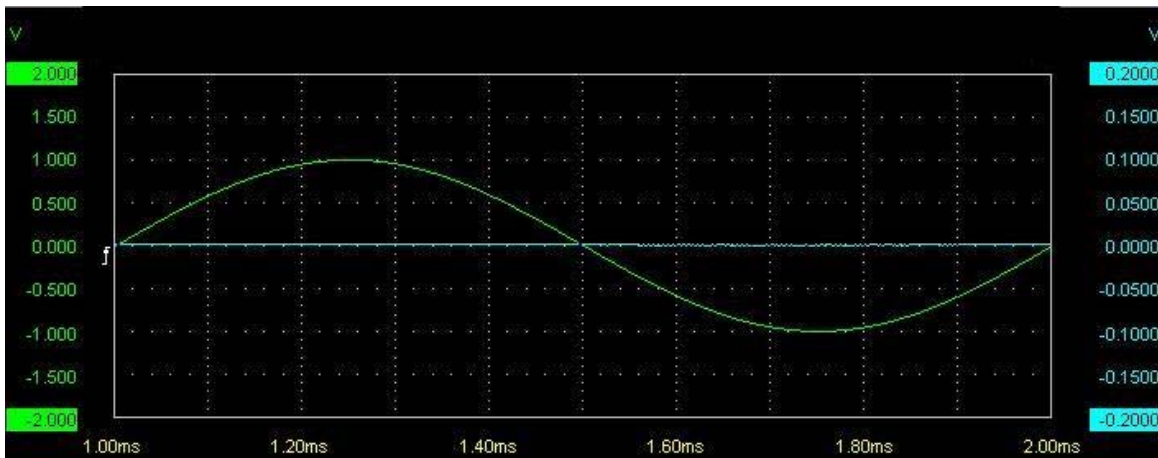


Gráfico 27: Representação temporal de U_C ($f=1$ KHz)

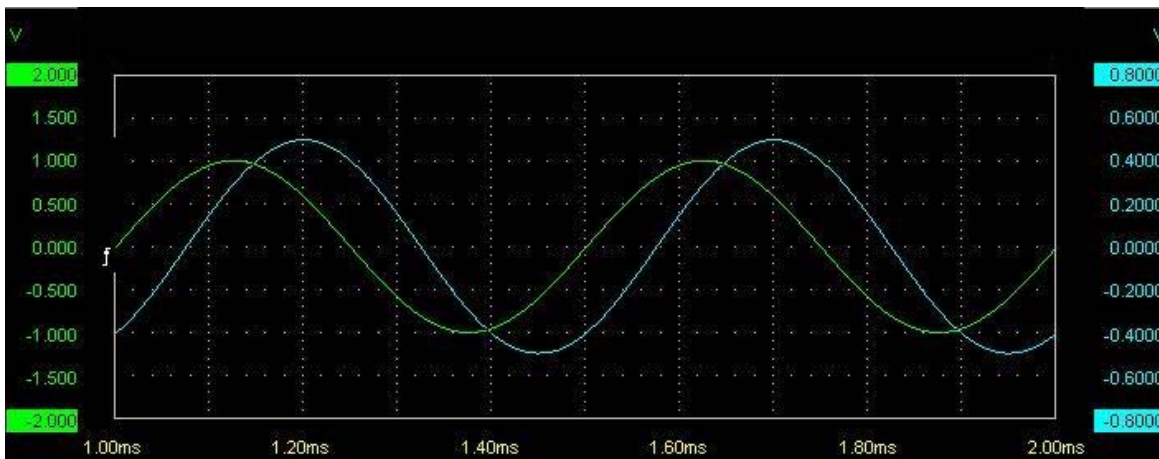


Gráfico 28: Representação temporal de U e U_C ($f=2$ KHz)

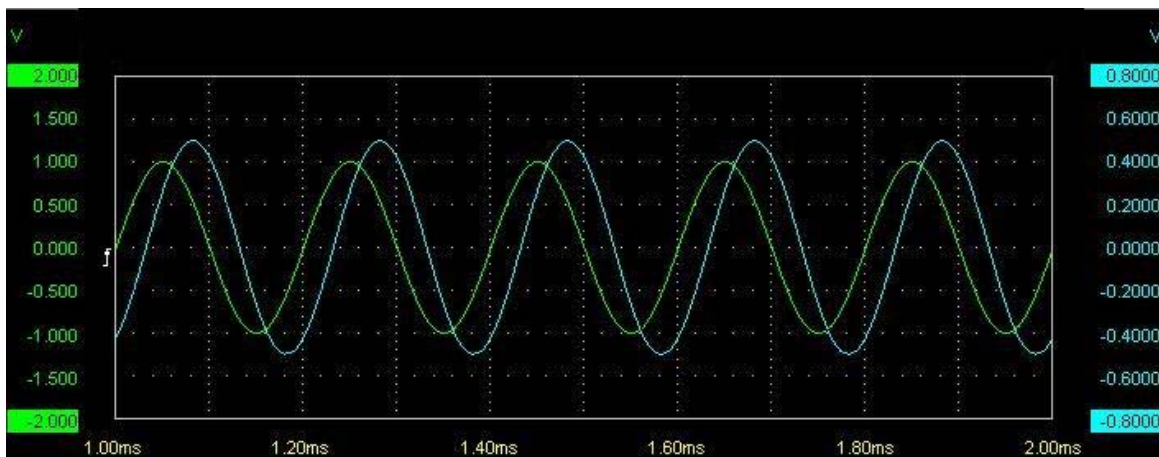


Gráfico 29: Representação temporal de U e U_C ($f=5$ KHz)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

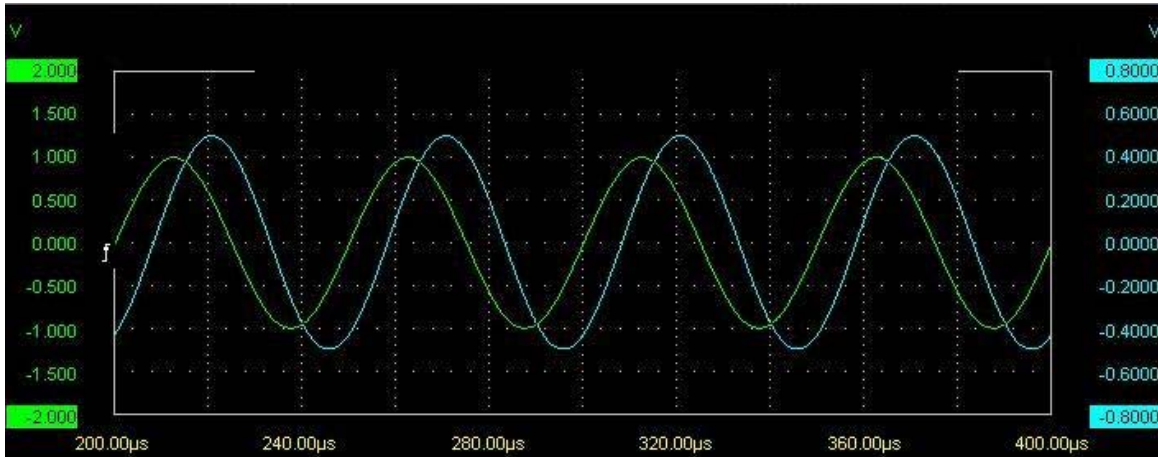


Gráfico 30: Representação temporal de U e U_C ($f=10$ KHz)

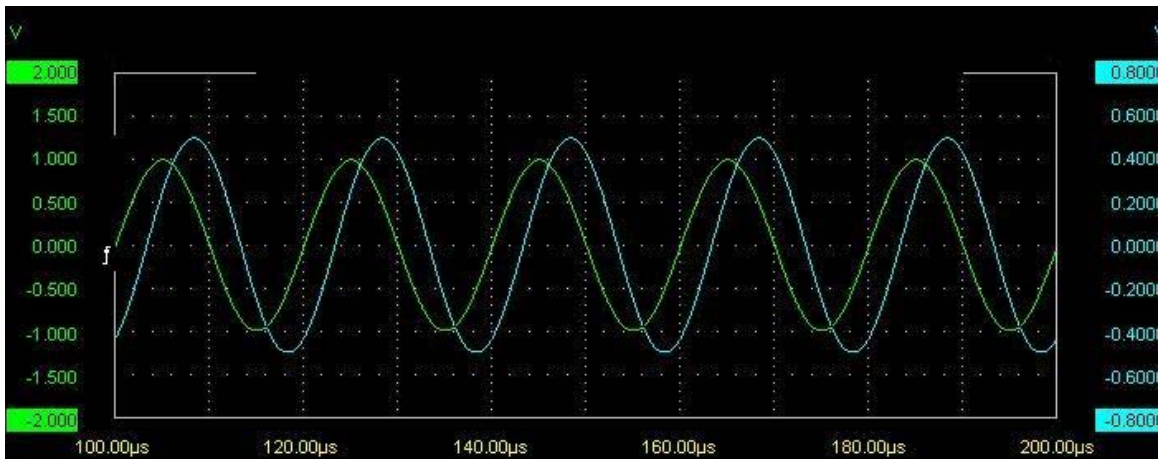


Gráfico 31: Representação temporal de U e U_C ($f=20$ KHz)

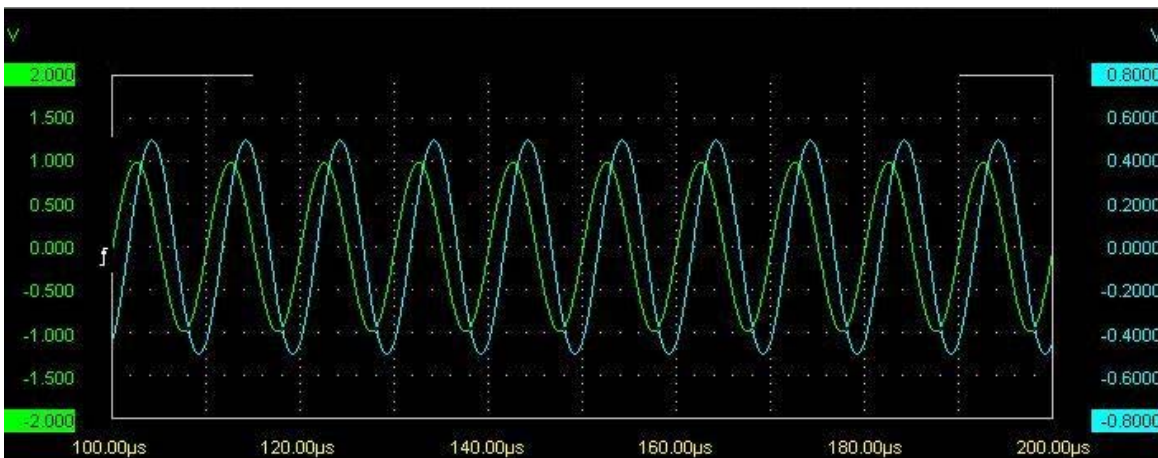


Gráfico 32: Representação temporal de U e U_C ($f=50$ KHz)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

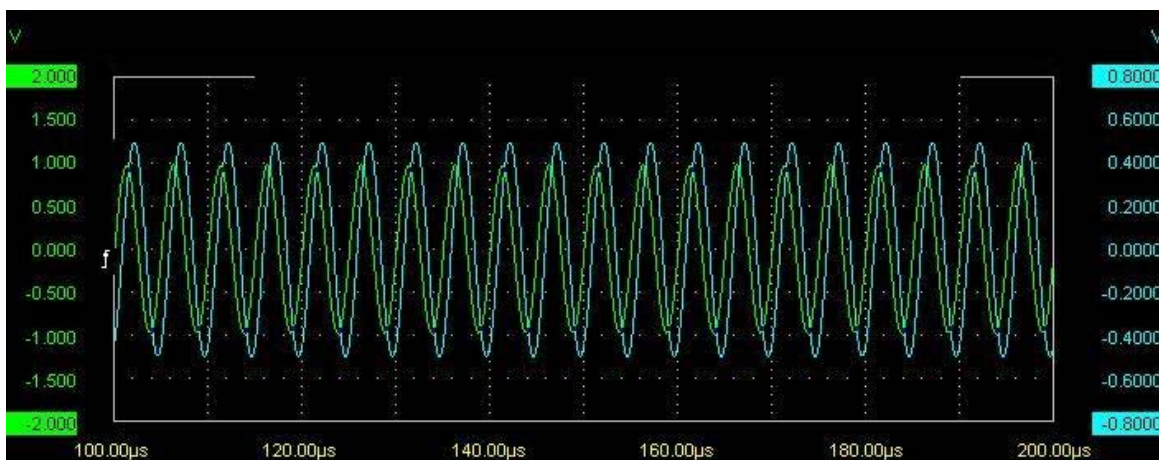


Gráfico 33: Representação temporal de U e U_C ($f=100$ KHz)

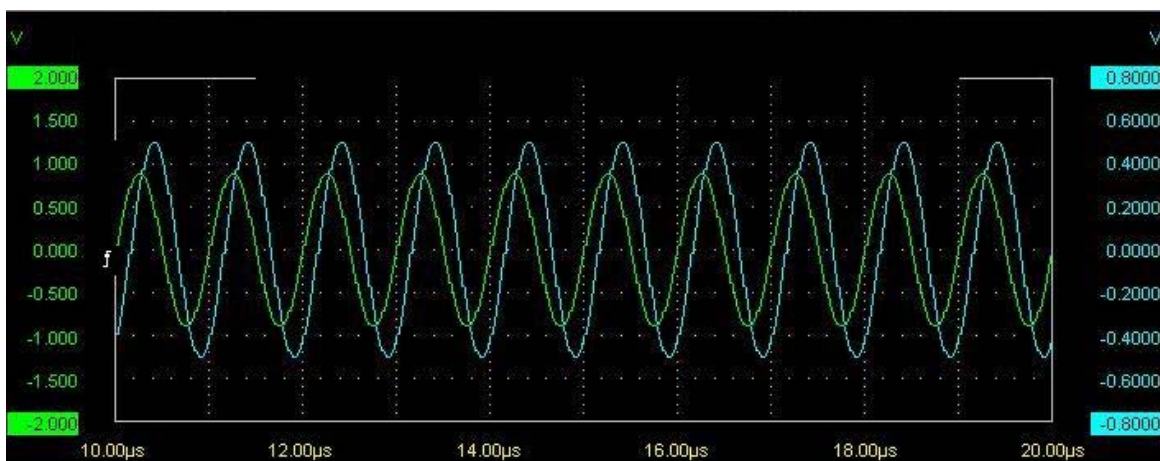


Gráfico 34: Representação temporal de U e U_C ($f=200$ KHz)

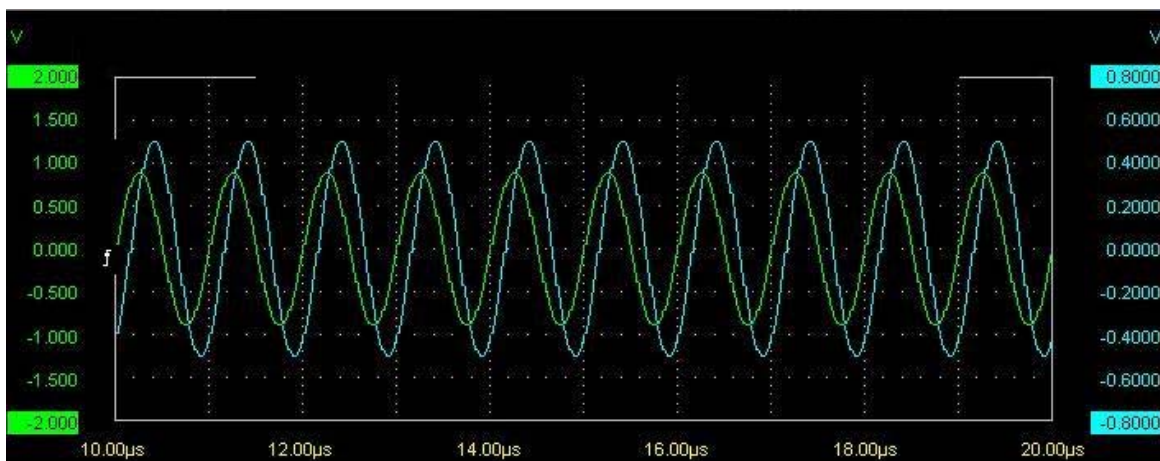


Gráfico 35: Representação temporal de U e U_C ($f=1$ MHz)

Apêndice 1 – Gráficos Resultados Experimentais

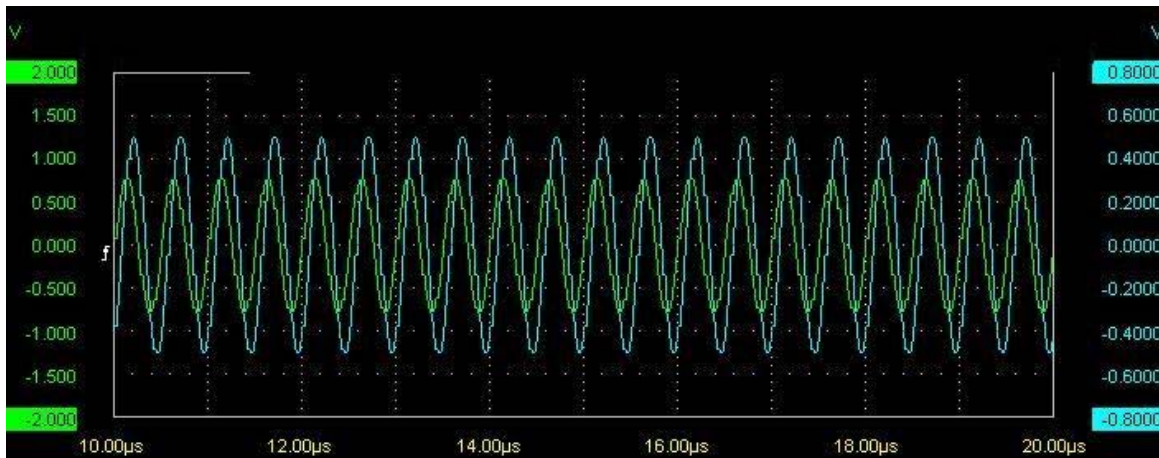


Gráfico 36: Representação temporal de U e U_C ($f=2$ MHz)

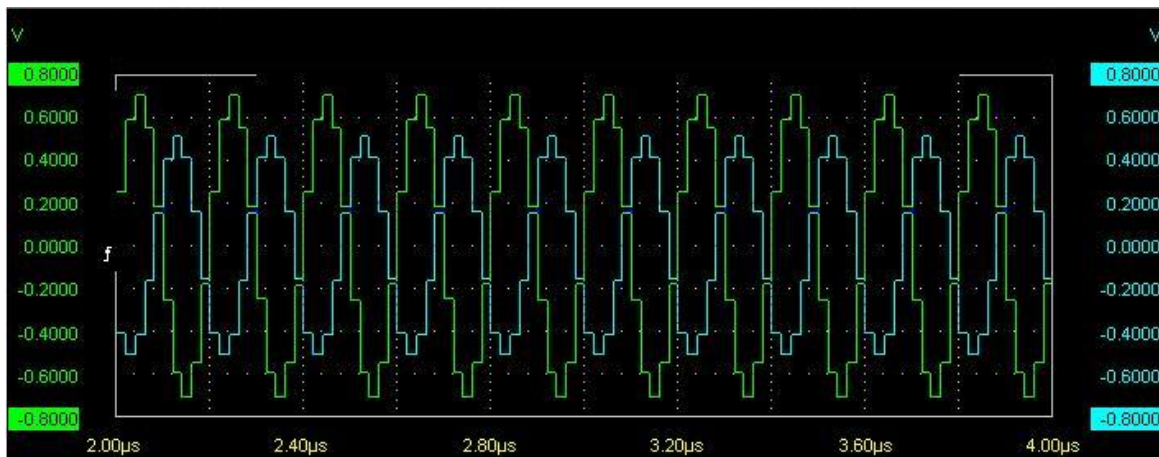


Gráfico 37: Representação temporal de U e U_C ($f=5$ MHz)

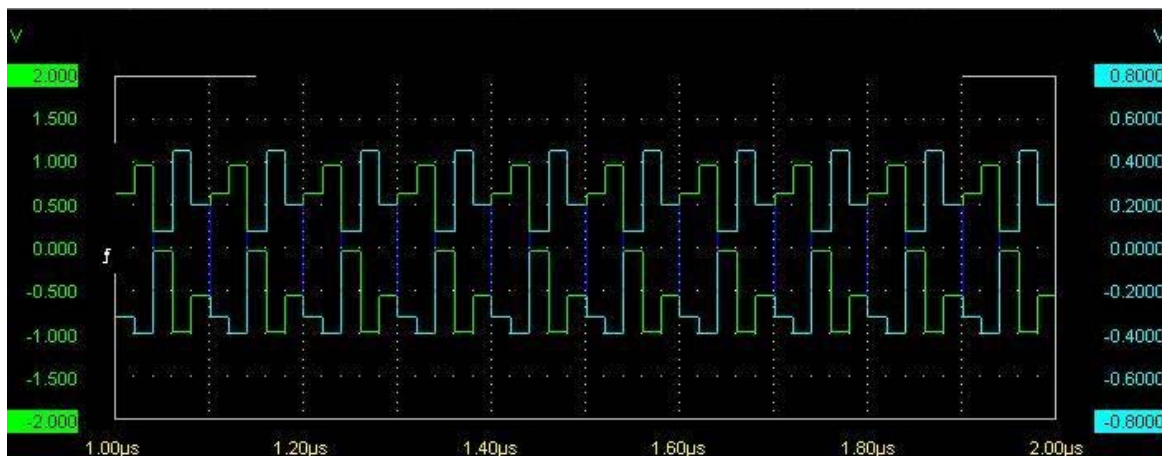


Gráfico 38: Representação temporal de U e U_C ($f=10$ MHz)

Apêndice 2 – Gráficos Análise de Resultados

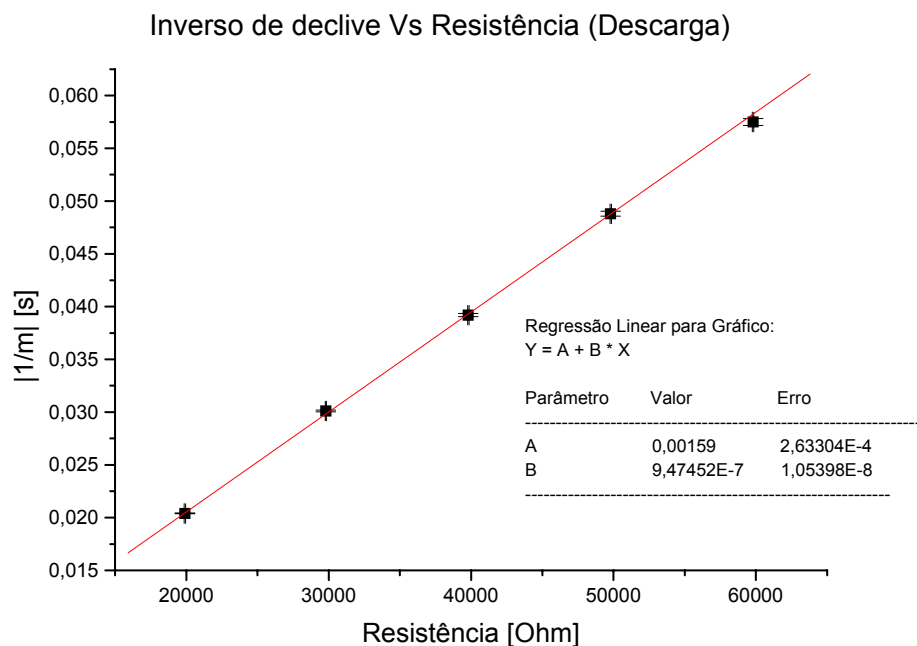


Gráfico 39: Determinação da capacidade do Condensador (Descarga)

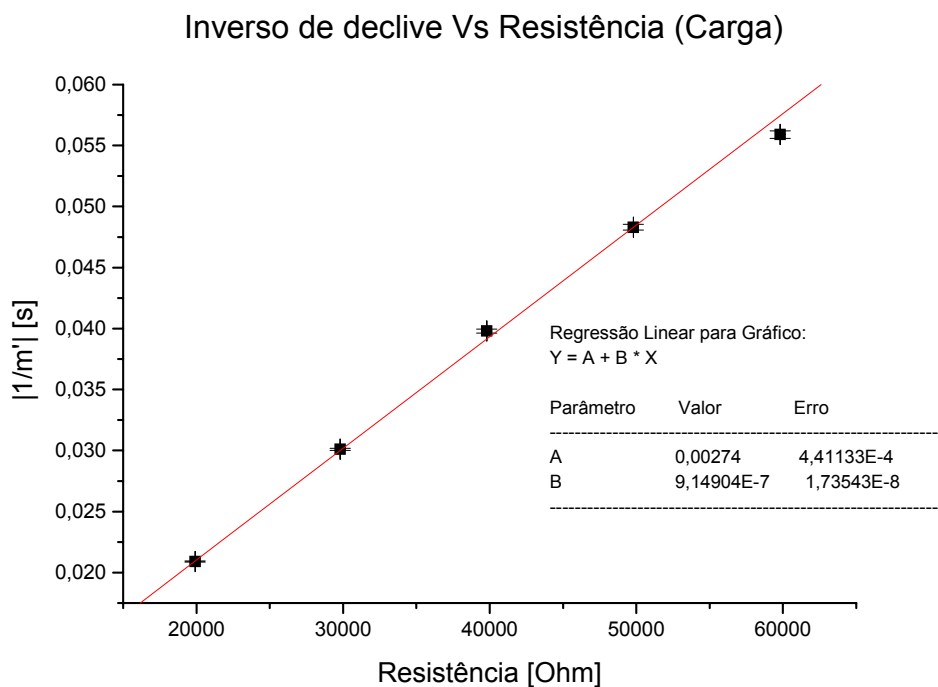


Gráfico 40: Determinação da capacidade do Condensador (Carga)

Apêndice 2 – Gráficos Análise de Resultados

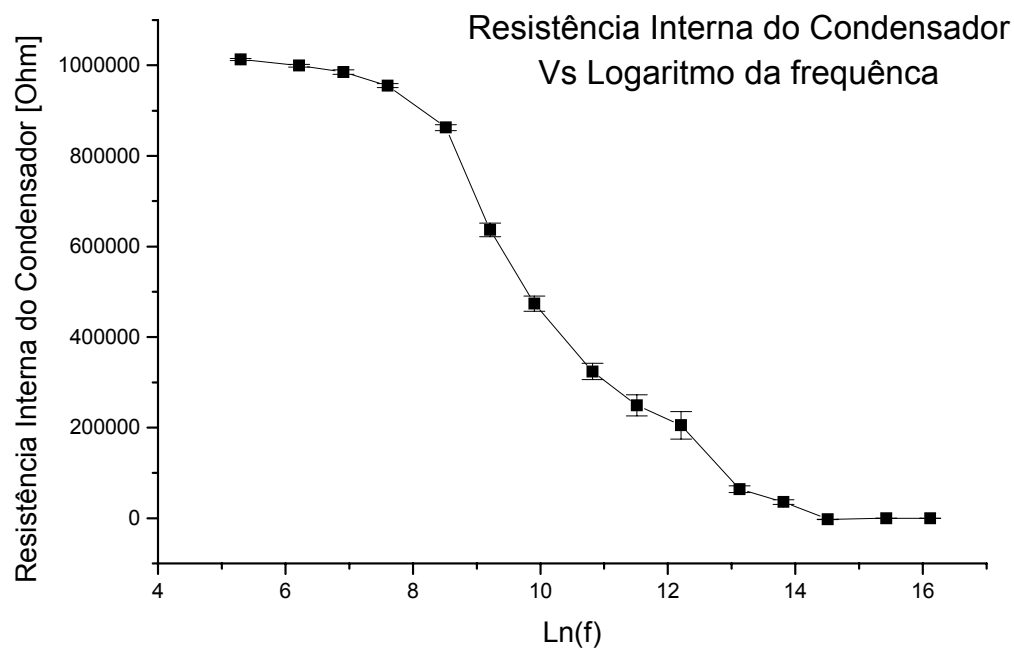


Gráfico 41: Representação gráfica da Resistência Interna do Condensador

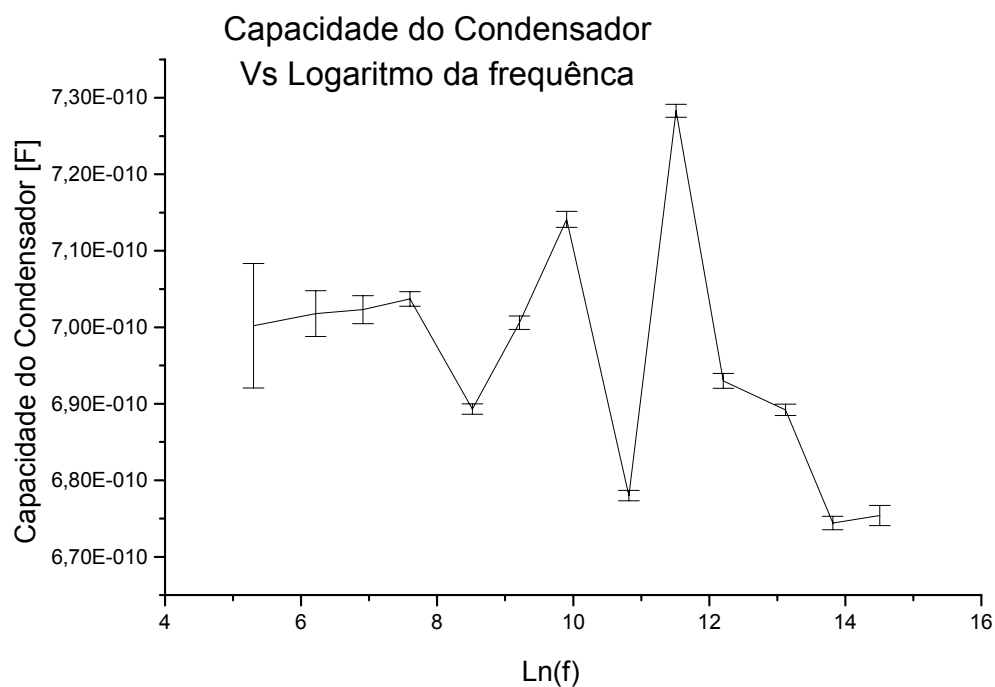


Gráfico 42: Representação gráfica da Capacidade do Condensador

Componente real do dielétrico Vs Logarítmo da frequência

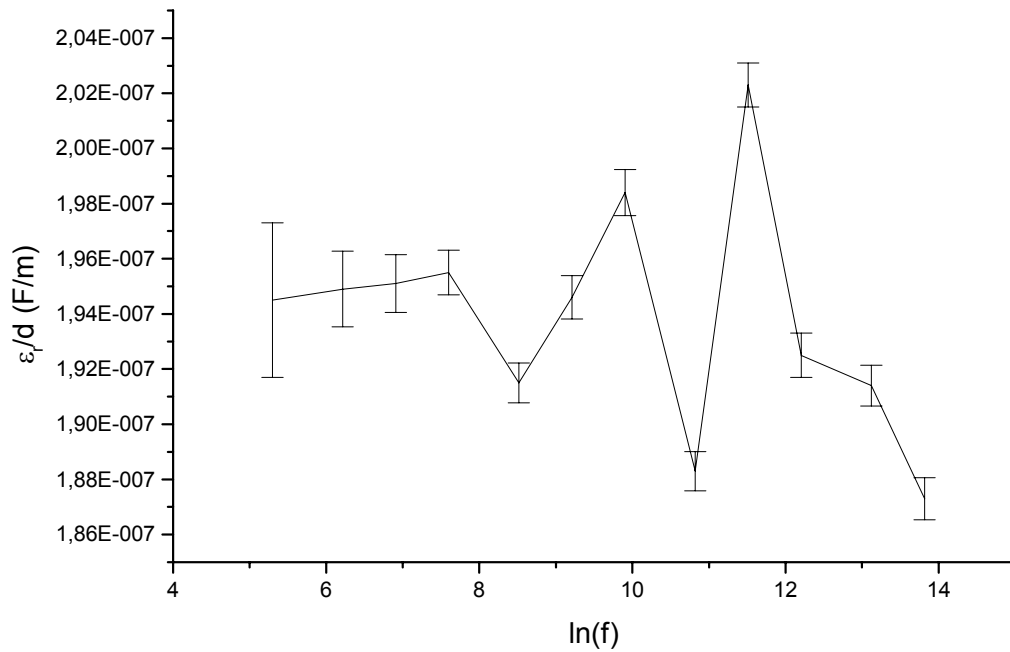


Gráfico 43: Representação gráfica da componente real de ϵ

Componente imaginária do dielétrico VS logarítmo da frequência

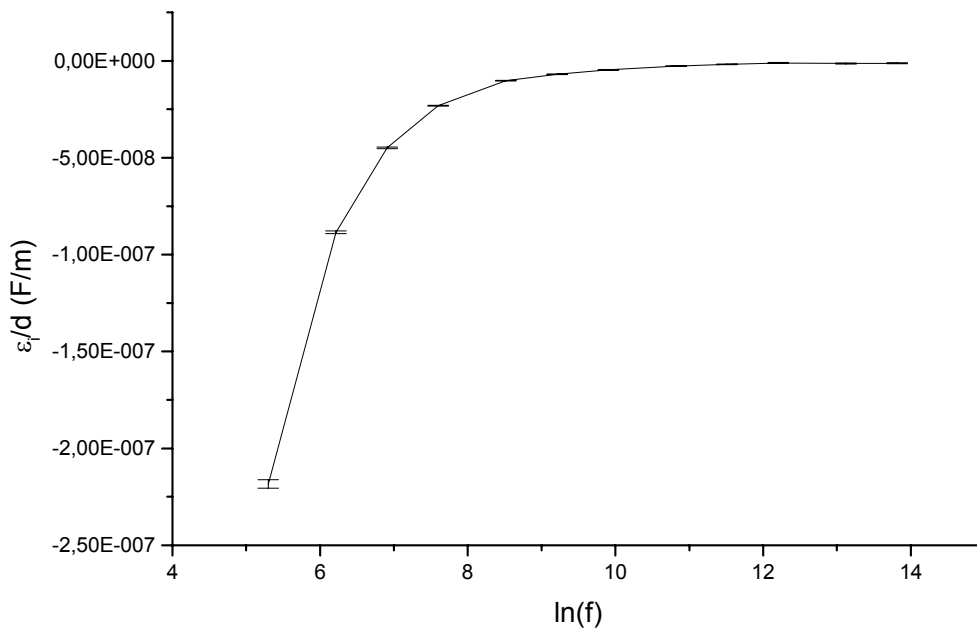


Gráfico 44: Representação gráfica da Componente imaginária de ϵ

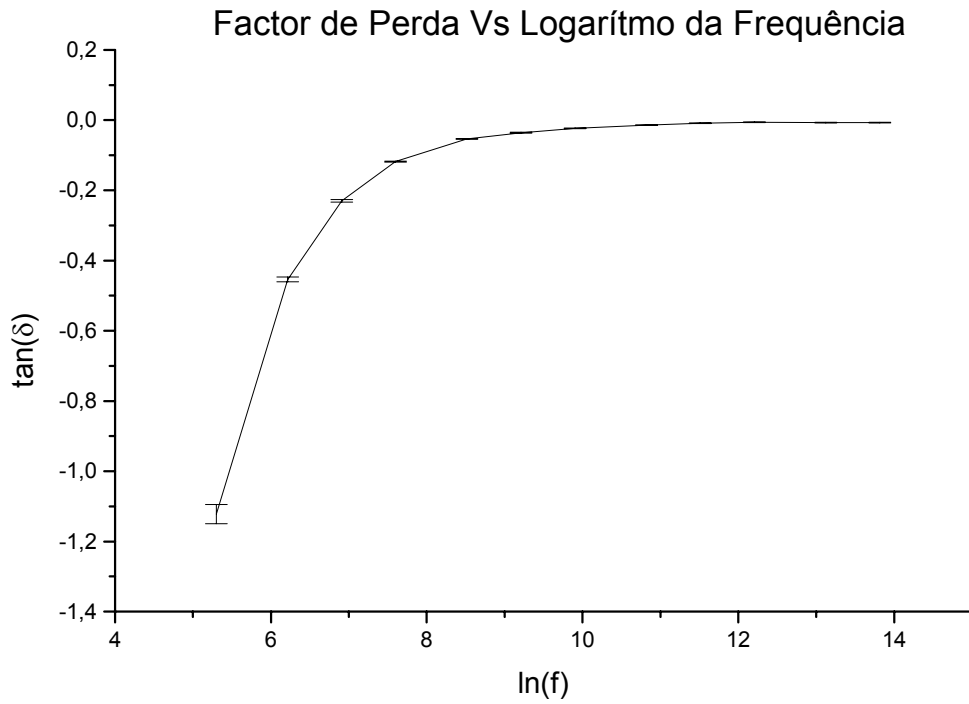


Gráfico 45: Representação gráfica do factor de perdas do dielétrico

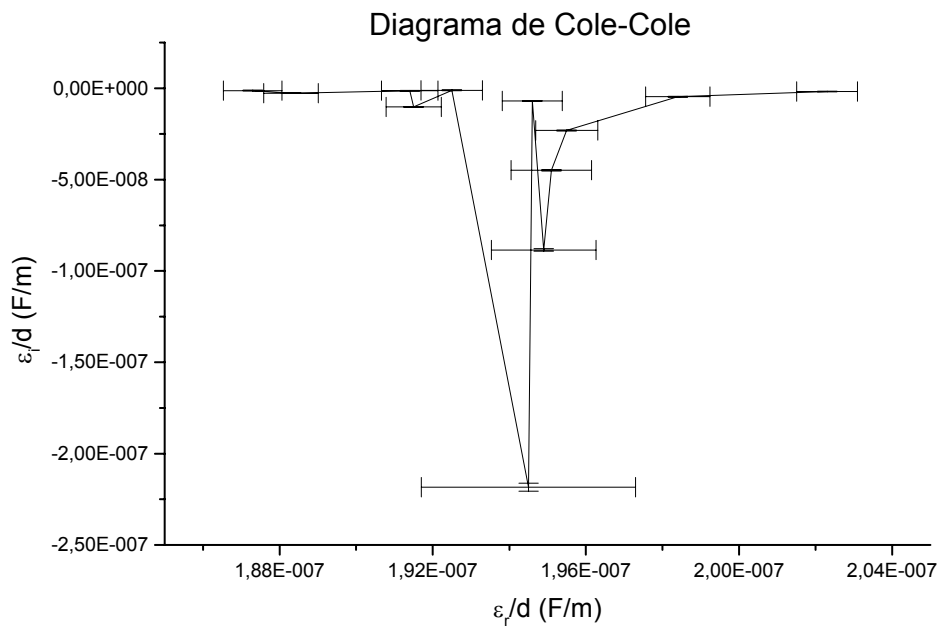


Gráfico 46: Diagrama Cole-Cole

R (kΩ)	ε _R (kΩ)	C (μF)	ε _C (μF)	U _C (0) (V)	ε _{UC(0)} (V)	m (1/ms)	ε _m (1/ms)	Área (V ² .ms)	ε _{Área} (V ² .ms)
19,9	0,05	1,00E-06	1,00E-07	4,75	0,010	0,0491	0,0001	233	1
29,8	0,05			4,65	0,010	0,0332	0,0001	318	1
39,8	0,05			4,51	0,010	0,0255	0,0001	391	1
49,8	0,05			4,47	0,010	0,0205	0,0001	485	1
59,8	0,05			4,33	0,010	0,0174	0,0001	543	1

Tabela 1 - Registo de dados para a descarga do condensador

R (kΩ)	ε _R (kΩ)	C (μF)	ε _C (μF)	U _C (∞) (V)	ε _{UC(∞)} (W)	m' (1/ms)	ε _{m'} (1/ms)
19,9	0,05	1,00E-06	1,00E-07	4,81	0,010	0,0478	0,0001
29,8	0,05			4,71	0,010	0,0332	0,0001
39,8	0,05			4,63	0,010	0,0251	0,0001
49,8	0,05			4,54	0,010	0,0207	0,0001
59,8	0,05			4,44	0,010	0,0179	0,0001

Tabela 2 - Registo de dados para a carga do condensador

R (kΩ)	ε _R (kΩ)	C (μF)	ε _C (μF)	T (s)	ε _T (s)	1/m (s)	ε _{1/m} (s)	1/m' (s)	ε _{1/m'} (s)
19,9	0,05	1,00E-06	1,00E-07	0,0199	2,04E-03	0,0204	4,15E-05	0,0209	4,38E-05
29,8	0,05			0,0298	3,03E-03	0,0301	9,07E-05	0,0301	9,07E-05
39,8	0,05			0,0398	4,03E-03	0,0392	1,54E-04	0,0398	1,59E-04
49,8	0,05			0,0498	5,03E-03	0,0488	2,38E-04	0,0483	2,33E-04
59,8	0,05			0,0598	6,03E-03	0,0575	3,30E-04	0,0559	3,12E-04

Tabela 3 - Cálculo das constantes de tempo para os processos de carga e descarga

C (μF)	ε _C (μF)	D	ε _D	D'	ε _{D'}
1,E-06	0,0000001	9,47E-07	1,05E-08	9,15E-07	1,74E-08

Tabela 4 - Cálculo da capacidade do condensador

C (μF)	ε _C (μF)	U _C (0) (V)	ε _{UC(0)} (W)	W _C (J)	ε _{WC} (J)	R (kΩ)	ε _R (kΩ)	A (V ² .ms)	ε _A (V ² .ms)	W _R (J)	ε _{WR} (J)
1,E-06	0,0000001	4,75	0,010	1,13E-05	1,E-06	19,9	0,05	233	1	1,17E-05	5,71058E-08
		4,65	0,010	1,08E-05	1,E-06	29,8	0,05	318	1	1,07E-05	3,92507E-08
		4,51	0,010	1,02E-05	1,E-06	39,8	0,05	391	1	9,82E-06	2,99513E-08
		4,47	0,010	9,99E-06	1,E-06	49,8	0,05	485	1	9,74E-06	2,48227E-08
		4,33	0,010	9,37E-06	1,E-06	59,8	0,05	543	1	9,08E-06	2,0845E-08

Tabela 5 - Cálculo e comparação das energias armazenadas e dissipadas

f (Hz)	ϵ_f (Hz)	R_1 (k Ω)	ϵ_{R1} (k Ω)	U_{1ef} (V)	ϵ_{U1ef} (V)	U_{2ef} (V)	ϵ_{U2ef} (V)	$\langle U1.U2 \rangle$ (V)	$\epsilon_{\langle U1.U2 \rangle}$ (V)	i_{ef} (A)	$\epsilon_{i_{ef}}$ (A)	P (W)	ϵ_P (W)	R_2 (Ω)	ϵ_{R2} (k Ω)
200	1	866600	100	0,7083	0,0001	0,3530	0,0001	0,2313	0,0001	4,670E-07	6,417E-10	1,231E-07	2,111E-10	1,013E+06	2,310E+03
500		571900	100	0,7084	0,0001	0,3515	0,0001	0,1943	0,0001	8,510E-07	8,889E-10	1,236E-07	3,194E-10	9,994E+05	3,151E+03
1000		342600	100	0,7087	0,0001	0,3499	0,0001	0,1650	0,0001	1,584E-06	1,569E-09	1,243E-07	5,324E-10	9,849E+05	4,782E+03
2000		183800	100	0,7090	0,0001	0,3517	0,0001	0,1475	0,0001	3,132E-06	1,569E-09	1,295E-07	5,324E-10	9,553E+05	4,426E+03
5000		78250	10	0,7085	0,0001	0,3516	0,0001	0,1348	0,0001	7,624E-06	3,652E-09	1,433E-07	9,973E-10	8,626E+05	6,499E+03
10000		38700	10	0,7050	0,0001	0,3513	0,0001	0,1309	0,0001	1,547E-05	1,287E-08	1,939E-07	4,450E-09	6,366E+05	1,497E+04
20000		19100	10	0,7046	0,0001	0,3514	0,0001	0,1285	0,0001	3,154E-05	3,438E-08	2,606E-07	9,052E-09	4,740E+05	1,673E+04
50000		8057	1	0,7014	0,0001	0,3509	0,0001	0,1262	0,0001	7,475E-05	5,157E-08	3,802E-07	2,117E-08	3,239E+05	1,822E+04
100000		3725	1	0,6969	0,0001	0,3513	0,0001	0,1253	0,0001	1,608E-04	1,350E-07	4,950E-07	4,584E-08	2,493E+05	2,323E+04
200000		1923	1	0,6894	0,0001	0,3526	0,0001	0,1255	0,0001	3,070E-04	3,395E-07	6,056E-07	8,898E-08	2,053E+05	3,028E+04
500000		726,6	0,1	0,6686	0,0001	0,3575	0,0001	0,1292	0,0001	7,740E-04	6,023E-07	2,004E-06	2,363E-07	6,377E+04	7,557E+03
1000000		344,5	0,1	0,6335	0,0001	0,3569	0,0001	0,1286	0,0001	1,512E-03	1,548E-06	3,548E-06	4,985E-07	3,590E+04	5,063E+03
2000000		147,9	0,1	0,5590	0,0001	0,3561	0,0001	0,1195	0,0001	3,025E-03	4,939E-06	-4,899E-05	1,191E-06	-2,588E+03	6,435E+01
5000000		10,62	0,01	0,5043	0,0001	0,3645	0,0001	-0,1551	0,0001	7,864E-02	9,512E-05	-2,712E-02	4,181E-05	-4,899E+00	1,024E-02
10000000		0,06	0,01	0,7166	0,0001	0,3167	0,0001	-0,2251	0,0001	1,719E+01	2,868E+00	-5,422E+00	9,064E-01	-1,849E-02	3,103E-03

Tabela 6 - Cálculo da corrente eficaz, da potência e da resistência interna do condensador

w (rad/s)	ϵ_w	i_{ef} (A)	$\epsilon_{i_{ef}}$ (A)	U_{2ef} (V)	ϵ_{U2ef} (V)	R_2 (Ω)	ϵ_{R2} (k Ω)	C (F)	ϵ_C (F)
1256,637061	6,283185307	4,670E-07	6,417E-10	0,3530	0,0001	1,013E+06	2,310E+03	7,002E-10	8,136E-12
3141,592654		8,510E-07	8,889E-10	0,3515	0,0001	9,994E+05	3,151E+03	7,018E-10	2,984E-12
6283,185307		1,584E-06	1,569E-09	0,3499	0,0001	9,849E+05	4,782E+03	7,023E-10	1,827E-12
12566,37061		3,132E-06	1,569E-09	0,3517	0,0001	9,553E+05	4,426E+03	7,037E-10	9,580E-13
31415,92654		7,624E-06	3,652E-09	0,3516	0,0001	8,626E+05	6,499E+03	6,893E-10	6,804E-13
62831,85307		1,547E-05	1,287E-08	0,3513	0,0001	6,366E+05	1,497E+04	7,006E-10	8,742E-13
125663,7061		3,154E-05	3,438E-08	0,3514	0,0001	4,740E+05	1,673E+04	7,141E-10	1,032E-12
314159,2654		7,475E-05	5,157E-08	0,3509	0,0001	3,239E+05	1,822E+04	6,780E-10	6,827E-13
628318,5307		1,608E-04	1,350E-07	0,3513	0,0001	2,493E+05	2,323E+04	7,283E-10	8,314E-13
1256637,061		3,070E-04	3,395E-07	0,3526	0,0001	2,053E+05	3,028E+04	6,930E-10	9,695E-13
3141592,654		7,740E-04	6,023E-07	0,3575	0,0001	6,377E+04	7,557E+03	6,892E-10	7,348E-13
6283185,307		1,512E-03	1,548E-06	0,3569	0,0001	3,590E+04	5,063E+03	6,744E-10	8,840E-13
12566370,61		3,025E-03	4,939E-06	0,3561	0,0001	-2,588E+03	6,435E+01	6,754E-10	1,330E-12
31415926,54		7,864E-02	9,512E-05	0,3645	0,0001	-4,899E+00	1,024E-02	2,224E-09	7,117E-11
62831853,07		1,719E+01	2,868E+00	0,3167	0,0001	-1,849E-02	3,103E-03	7,673E-08	3,246E-06

Tabela 7 - Cálculo da capacidade do condensador

C (F)	ϵ_c (F)	S (m ²)	ϵ_s (m2)	R ₂ (Ω)	ϵ_{R2} (k Ω)	w (rad/s)	ϵ_w	ϵ_r/d (F/m)	$\epsilon_{\epsilon r/d}$ (F/m)	ϵ_i/d (F/m)	$\epsilon_{\epsilon i/d}$ (F/m)	Tan(δ)	$\epsilon_{Tan(\delta)}$
7,002E-10	8,136E-12	0,0036	0,00001	1,013E+06	2,310E+03	1256,637061	6,283185307	1,945E-07	2,800E-09	-2,183E-07	2,196E-09	-1,122E+00	2,745E-02
7,018E-10	2,984E-12			9,994E+05	3,151E+03	3141,592654		1,949E-07	1,370E-09	-8,847E-08	7,016E-10	-4,539E-01	6,790E-03
7,023E-10	1,827E-12			9,849E+05	4,782E+03	6283,185307		1,951E-07	1,049E-09	-4,489E-08	3,875E-10	-2,301E-01	3,224E-03
7,037E-10	9,580E-13			9,553E+05	4,426E+03	12566,37061		1,955E-07	8,091E-10	-2,314E-08	1,831E-10	-1,184E-01	1,426E-03
6,893E-10	6,804E-13			8,626E+05	6,499E+03	31415,92654		1,915E-07	7,209E-10	-1,025E-08	1,078E-10	-5,354E-02	7,643E-04
7,006E-10	8,742E-13			6,366E+05	1,497E+04	62831,85307		1,946E-07	7,834E-10	-6,945E-09	1,833E-10	-3,569E-02	1,086E-03
7,141E-10	1,032E-12			4,740E+05	1,673E+04	125663,7061		1,984E-07	8,376E-10	-4,664E-09	1,779E-10	-2,351E-02	9,959E-04
6,780E-10	6,827E-13			3,239E+05	1,822E+04	314159,2654		1,883E-07	7,128E-10	-2,730E-09	1,612E-10	-1,450E-02	9,108E-04
7,283E-10	8,314E-13			2,493E+05	2,323E+04	628318,5307		2,023E-07	7,929E-10	-1,773E-09	1,702E-10	-8,765E-03	8,755E-04
6,930E-10	9,695E-13			2,053E+05	3,028E+04	1256637,061		1,925E-07	8,040E-10	-1,077E-09	1,619E-10	-5,595E-03	8,642E-04
6,892E-10	7,348E-13			6,377E+04	7,557E+03	3141592,654		1,914E-07	7,359E-10	-1,386E-09	1,681E-10	-7,242E-03	9,060E-04
6,744E-10	8,840E-13			3,590E+04	5,063E+03	6283185,307		1,873E-07	7,659E-10	-1,232E-09	1,771E-10	-6,574E-03	9,724E-04
6,754E-10	1,330E-12			-2,588E+03	6,435E+01	12566370,61		1,876E-07	8,907E-10	8,541E-09	2,361E-10	4,552E-02	1,475E-03
2,224E-09	7,117E-11			-4,899E+00	1,024E-02	31415926,54		6,177E-07	2,149E-08	1,805E-06	8,788E-09	2,922E+00	1,159E-01
7,673E-08	3,246E-06			-1,849E-02	3,103E-03	62831853,07		2,131E-05	9,018E-04	2,391E-04	4,078E-05	1,122E+01	4,765E+02

Tabela 8 - Cálculo das componentes real e imaginária da permissividade eléctrica do dieléctrico e do factor de perdas